

Rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp tọa độ giải toán hình học không gian lớp 12 trung học phổ thông : Luận văn ThS. Giáo dục học: 60 14 10 / Hoàng Thị Phương Thảo ; Nghd. : PGS.TS. Bùi Văn Nghị

1. Lý do chọn đề tài

Trong các môn học ở trường phổ thông, môn Toán có một vị trí đặc biệt quan trọng vì toán học là công cụ của nhiều môn học khác, có tác dụng lớn rèn luyện cho học sinh trí thông minh sáng tạo.

Nhận thấy, cùng với phương pháp vectơ việc đưa phương pháp tọa độ trong chương trình học cũng là cơ hội để học sinh làm quen với các ngôn ngữ của toán học cao cấp, học sinh được trang bị thêm một công cụ mới để làm toán và suy nghĩ thêm về các vấn đề toán học khác. Theo mục tiêu đào tạo, sau khi học xong chương trình phổ thông, học sinh phải nắm được những kiến thức cơ bản nhất ở hình học phẳng và hình học không gian đồng thời phải nắm vững hai phương pháp chủ yếu để nghiên cứu hình học là phương pháp tổng hợp và phương pháp tọa độ.

Trên thực tế tình hình dạy và học nay vẫn còn nhiều hạn chế trong việc vận dụng phương pháp tọa độ để giải các bài toán hình học của học sinh. Đã có nhiều công trình khoa học giáo dục nghiên cứu theo một số góc độ khác nhau liên quan đến phương pháp tọa độ, song chưa nêu bật được một cách đầy đủ các kỹ năng giải các bài toán trong không gian bằng phương pháp tọa độ dựa trên sự tương hỗ giữa phương pháp tổng hợp và phương pháp tọa độ. Vì vậy, để khắc phục thực trạng này và tìm ra phương pháp dạy học thích hợp với học sinh THPT tôi chọn đề tài:

“Rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp tọa độ giải toán hình học không gian lớp 12 trung học phổ thông “

2. Giả thuyết khoa học

Nếu xây dựng được một hệ thống các bài toán nhằm rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp tọa độ để giải các bài toán hình học không gian lớp 12 theo định

hướng kết hợp giữa hình học và đại số thì học sinh sẽ giải toán hình học không gian tốt hơn, giúp khắc phục được những khó khăn và sai lầm của học sinh, nâng cao chất lượng dạy và học chủ đề phương pháp tọa độ trong hình không gian ở trường THPT.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Cơ sở lý luận của phương pháp tọa độ
- Ứng dụng của phương pháp tọa độ vào giải các bài toán hình học không gian.
- Rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp tọa độ vào giải các bài toán hình học không gian.
- Đề xuất phương pháp dạy học thích hợp để sử dụng có hiệu quả các kết quả nghiên cứu.

4. Phương pháp nghiên cứu

Trong luận văn chúng tôi đã phối hợp sử dụng các phương pháp nghiên cứu:

- Phương pháp nghiên cứu lý luận:
- Phương pháp điều tra, quan sát:
- Phương pháp tổng kết kinh nghiệm:

5. Bố cục của luận văn

Ngoài các phần mở đầu, kết luận, tài liệu tham khảo, phụ lục, luận văn gồm 3 chương:

Chương 1: Cơ sở lý luận của phương pháp tọa độ

Chương 2: Rèn luyện những kỹ năng cơ bản giải toán bằng phương pháp tọa độ.

Chương 3: Thử nghiệm sư phạm

Chương 1

CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ

1.1 . Sơ lược về lịch sử ra đời phương pháp tọa độ

Như chúng ta đã biết, hình học là một mảng kiến thức của ngành toán học ra đời từ giai đoạn toán học cổ đại cách đây hơn vài nghìn năm với một khối lượng kiến thức khổng lồ. Đại số và hình học là hai mảng kiến thức khác nhau trong toán học, nhưng với phương pháp tọa độ thì hai mảng kiến thức này lại dung hòa với nhau, cùng nhau phát triển. Sự ra đời của phương pháp tọa độ đã thiết lập được mối quan hệ mật thiết giữa hình học và đại số.

Môn hình học ra đời từ thời Euclid (Thế kỷ thứ III trước công nguyên) nhưng đến năm 1619, Rene Descartes – Một nhà triết học kiêm vật lý và toán học người Pháp (1596 – 1650) đã khám phá ra những nguyên lý của môn hình học giải tích. Ông đã dùng đại số để đơn giản hóa hình học cổ điển. Công trình toán học chủ yếu của ông là quyển “ La géometrie “ (Hình học, xuất bản năm 1637) của nhà toán học thiên tài này đã đặt nền tảng cho hình học giải tích, ông đã trình bày về phương pháp tọa độ: với một hệ trục tọa độ xác định, ví dụ trong không gian với hệ trục tọa độ Đècac vuông góc ta cho điểm (x, y, z) ; cho mặt phẳng: $Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ và D là 1 số),...Nói cách khác trong phương pháp tọa độ, người ta dịch chuyển những đối tượng, tính chất hình học sang khung đại số và dẫn đến những phép toán trong khung đó. Ở đây, phép toán đại số là hạt nhân của phép giải toán và về nguyên tắc nó tách khỏi trực giác hình học.

Hình học được trình bày theo phương pháp tọa độ mà ngày nay gọi là hình học giải tích. Nhân loại đã tôn Rene Descartes lên hàng bất tử vì ông đã phát minh ra một phương pháp nghiên cứu hình học mới bằng ngôn ngữ và phương pháp đại số.

Ngày nay, trong chương trình hình học của trường phổ thông từ năm 1991, học sinh đã được học về vectơ, các phép toán về vectơ đồng thời dùng vectơ làm phương tiện trung gian để chuyển các khái niệm hình học và các mối quan hệ giữa các đối tượng hình học sang khái niệm đại số và quan hệ đại số. Đáp ứng yêu cầu của chương trình cải cách giáo dục, phương pháp tọa độ trong không gian được đưa vào chương trình hình học cuối cấp THPT với những yêu cầu cơ bản sau:

- Về kiến thức.
- Về kỹ năng.
- Về phương pháp.

1.2 .Các loại hệ tọa độ

1.2.1 Hệ tọa độ afin – Hệ tọa độ xiên

Hệ tọa độ afin: Hệ tọa độ afin gồm một điểm gốc O và 3 vectơ cơ sở $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Các vectơ này đều khác vectơ $\vec{0}$ và tạo thành 3 vectơ không đồng phẳng.

1.2.2 Hệ tọa độ Đè các vuông góc – Hệ tọa độ trực chuẩn

Hệ tọa độ Đề các là một hệ tọa độ afin đặc biệt tức là trong không gian hệ tọa độ afin $\{0; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ trở thành hệ tọa độ Đề các vuông góc nếu ta có: $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = |\vec{e}_3| = 1$ và $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2, \vec{e}_2 \perp \vec{e}_3, \vec{e}_3 \perp \vec{e}_1$. Do đó các vấn đề có liên quan đến hệ tọa độ afin ở trên vẫn được xét tương tự như đối với hệ tọa độ Đề các vuông góc.

☆ Phương trình đường thẳng và mặt phẳng trong hệ tọa độ Đề các vuông góc được thành lập như đối với hệ tọa độ afin.

☆ Vị trí tương đối của 2 mặt phẳng.

☆ Vị trí tương đối của 2 đường thẳng.

☆ Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.

☆ Tính góc trong hệ tọa độ Đề các vuông góc.

☆ Tính khoảng cách trong hệ tọa độ Đề các vuông góc

☆ Phương trình các mặt bậc hai đơn giản trong không gian.

1.2.3 Tọa độ cực

1.2.4 Tọa độ trụ

1.2.5 Tọa độ cầu

1.2.6 Các tri thức khoa học khác có liên quan đến phương pháp tọa độ

a. Phép đổi hệ tọa độ Đề các vuông góc trong không gian.

b. Định hướng trong không gian

1.3 Các khái niệm

1.3.1 Kỹ năng

Theo [6], “Kĩ năng là khả năng vận dụng những kiến thức thu nhận được vào thực tế”. Một cách hiểu cụ thể là khả năng vận dụng những kiến thức, tri thức khoa học vào thực tiễn, trong đó khả năng được hiểu là sức đã có (về mặt nào đó) để có thể làm tốt được công việc.

Theo [7], “Kĩ năng là giai đoạn trung gian giữa tri thức và kĩ xảo trong quá trình nắm vững một phương thức hành động. Đặc điểm đòi hỏi sự tập trung chú ý cao, sự kiểm soát chặt chẽ của thị giác, hành động chưa bao quát, còn có động tác thừa. Được hình thành do tập luyện hay do bất chước”.

1.3.2 Kỹ năng toán học – Kỹ năng giải toán

a) Kỹ năng toán học

- Kỹ năng tính toán.
- Kỹ năng vận dụng thành thạo các quy tắc.
- Kỹ năng vận dụng tri thức vào giải toán.
- Kỹ năng chứng minh toán học.
- Kỹ năng chuyển từ tư duy thuận sang tư duy nghịch, kỹ năng biến đổi xuôi chiều và ngược chiều.
- Kỹ năng đọc và vẽ hình, đo đạc.
- Kỹ năng toán học hoá các tình huống thực tiễn..
- Kỹ năng hoạt động tư duy hàm.
- Kỹ năng tự kiểm tra, tự đánh giá trình bày lời giải và tránh sai lầm khi giải toán.

b) Kỹ năng giải toán

Trong toán học, “kỹ năng là khả năng giải các bài toán, thực hiện các chứng minh cũng như phân tích có phê phán các lời giải và chứng minh nhận được”. Kỹ năng giải toán được hiểu là kỹ năng vận dụng các tri thức toán học để giải các bài tập toán học (bằng suy luận, chứng minh,...).

1.3.3 Sự hình thành kỹ năng

Khi hình thành kỹ năng chủ yếu là kỹ năng học tập và kỹ năng giải toán cho học sinh chúng ta cần phải:

- + Giúp học sinh biết cách tìm tòi và nhận ra yếu tố đã cho, yếu tố phải tìm và mối quan hệ giữa chúng.
- + Giúp học sinh hình thành một mô hình khái quát để giải quyết các bài tập, các đối tượng cùng loại.
- + Xác lập được mối liên quan giữa bài tập mô hình và các kiến thức tương ứng.

1.3.4 Vai trò của bài tập toán học

1.3.5 Vai trò của phương pháp tọa độ

a. Tính tối ưu của phương pháp tọa độ

Các bài toán hình học không gian là những bài toán thuộc dạng khó đối với học sinh phổ thông. Khi giải các bài toán hình học không gian, học sinh thường gặp một số khó khăn

Ví dụ: Cho hình hộp $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ một điểm I trên đường chéo $C_1 D$ của mặt bên $CC_1 D_1 D$. Mặt phẳng $(A_1 B I)$ cắt AD_1 tại J và cắt $B_1 C$ tại K . Chứng minh 3 điểm I, J, K thẳng hàng.

Nếu giải bài toán này bằng phương pháp tổng hợp thì sẽ vì gặp một số khó khăn, trở ngại. Chẳng hạn:

- Khó khăn trong việc xác định các điểm J và K theo điểm I cho trước.
- Ngộ nhận từ hình vẽ.
- Hình vẽ quá phức tạp
- Khó khăn trong quá trình tìm lời giải.
- Việc chứng minh và biến đổi phức tạp

Một lời giải bài toán bằng phương pháp tổng hợp (Theo hướng dẫn giải đề thi đại học và cao đẳng phần hình học – đề 137)

Nếu giải bài toán bằng phương pháp vectơ, tuy lời giải không phụ thuộc vào hình vẽ, đảm bảo tính chính xác, nhưng cũng không tránh khỏi việc biến đổi cồng kềnh và phức tạp.

Nếu ta dùng phương pháp tọa độ để giải bài toán thì lời giải chẳng những không phụ thuộc vào hình vẽ, lời giải chính xác, đường lối rõ ràng mà còn ngắn gọn hơn hai phương pháp trên.

b. Với phương pháp tọa độ, việc giải toán đã thoát ly khỏi các quan hệ hình học, trí tưởng tượng không gian mà nghiên cứu các mối quan hệ thông qua các biểu thức tọa độ.

Ví dụ 1:

Chứng minh 3 điểm thẳng hàng.

Cho tứ diện đều $ABCD$, H là chân đường cao tứ diện hạ từ đỉnh D , I là trung điểm của DH và K là chân đường vuông góc hạ từ I lên DC . Chứng minh rằng đường thẳng IK đi qua trọng tâm tam giác DAB

Lời giải:

Chọn hệ tọa độ Đề các vuông góc sao cho H là gốc tọa độ,

$A(\sqrt{3}; -1; 0), B(-\sqrt{3}; -1; 0), C(0; 2; 0)$ và khi đó $D(0; 0; h)$. Ta xác định h ($h > 0$)

Ta có $\overrightarrow{DA} = (\sqrt{3}; -1; -h); \overrightarrow{DC} = (0; 2; -h)$

Vì $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}) = 60^\circ$

$$\Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{|h^2 - 2|}{h^2 + 4} \Rightarrow h = 2\sqrt{2}$$

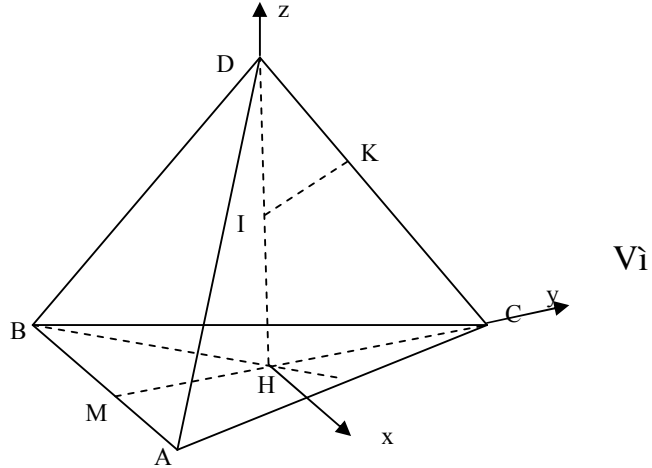
$$\Rightarrow D(0; 0; 2\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow I(0; 0; \sqrt{2})$$

Gọi $(x; y; z)$ là tọa độ điểm K .

$$K \in DC \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{DK} // \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{y}{2} = \frac{z - 2\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} \end{cases}$$



Lại có $IK \perp DC$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IK} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \Rightarrow 2y - 2\sqrt{2}(z - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow y = \sqrt{2}(z - \sqrt{2})$$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} y = \sqrt{2}(z - \sqrt{2}) \\ y = \frac{z - 2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} \end{cases} \text{ được } \begin{cases} y = \frac{2}{3} \\ z = \frac{4}{3}\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } K(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\sqrt{2}) \Rightarrow \overrightarrow{IK}(0; \frac{2}{3}; \frac{\sqrt{2}}{3})$$

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm } \triangle DAB \Rightarrow G(0, -\frac{2}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}) \Rightarrow \overrightarrow{IG} = (0, -\frac{2}{3}, -\frac{\sqrt{2}}{3})$$

Rõ ràng $\overrightarrow{IG} = -\overrightarrow{IK} \Rightarrow I, G, K$ thẳng hàng

1.4 Các bước giải bài toán hình học không gian bằng phương pháp tọa độ

Giải một bài toán bằng phương pháp tọa độ có thể tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Chọn hệ tọa độ thích hợp

Bước 2: Chuyển ngôn ngữ hình học thông thường sang ngôn ngữ tọa độ

Bước 3: Dùng các kiến thức tọa độ để giải toán

Bước 4: Chuyển kết quả từ ngôn ngữ tọa độ sang ngôn ngữ hình học

Ví dụ 2: Tìm khoảng cách giữa đường chéo của một hình lập phương có cạnh bằng 1 và đường chéo của một mặt nếu chúng không cắt nhau.

Lời giải:

Muốn tính khoảng cách giữa đường chéo của hình lập phương $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ và đường chéo của một mặt, chẳng hạn AC_1 và DB bằng phương pháp tọa độ ta sẽ thực hiện qua các bước sau:

Bước 1: Chọn hệ tọa độ: Nên chọn hệ tọa độ lấy A làm gốc tọa độ, các tia Ax , Ay , Az trùng với các tia AB , AD , AA_1 (hình vẽ)

Bước 2: Phiên dịch bài toán sang ngôn ngữ tọa độ: Muốn tính khoảng cách giữa AC_1 và DB ta viết phương trình đường thẳng AC_1 và DB , ta tính tọa độ các điểm: $A(0; 0; 0)$; $B(1; 0; 0)$; $D(0; 1; 0)$; $C_1(1; 1; 1)$

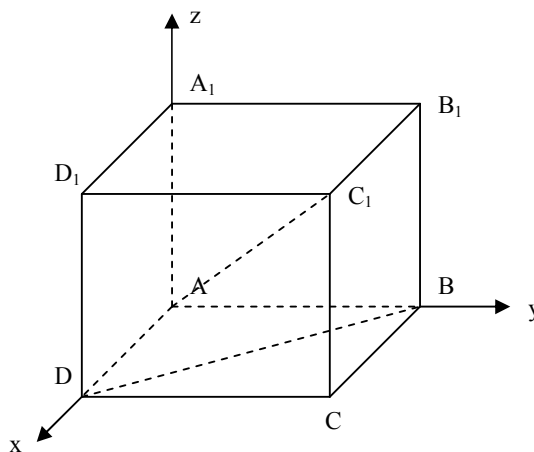
$$\text{Phương trình đường thẳng } AC_1: \begin{cases} x = 0 + t \\ y = 0 + t \\ z = 0 + t \end{cases}$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } DB: \begin{cases} x = 1 - t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 0 + 0.t_1 \end{cases}$$

Bước 3: Dùng các kiến thức về tọa độ để giải toán

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC_1 và DB bằng công thức, ta có: $d = \frac{1}{\sqrt{6}}$

Bước 4: Phiên dịch kết quả từ ngôn ngữ tọa độ sang ngôn ngữ hình học thông thường



Kết luận chương 1

Chương này trình bày sơ lược về lịch sử ra đời của phương pháp tọa độ, vai trò của phương pháp tọa độ trong việc nghiên cứu hình học, những yêu cầu khi dạy học phương pháp tọa độ ở trường phổ thông. Mỗi nội dung đều có một số ví dụ minh họa

để làm sáng tỏ cho lý luận. Tiếp đó luận văn trình bày về các khái niệm, kỹ năng, kỹ năng giải toán. Có thể nói, phương pháp tọa độ có chiều dài lịch sử, nó cho chúng ta một phương pháp nghiên cứu rất hữu hiệu. Việc sử dụng phương pháp tọa độ trong giải toán hình học không gian đã giúp cho học sinh có thể giải nhiều bài tập một cách dễ dàng hơn, tiện lợi hơn.

CHƯƠNG 2

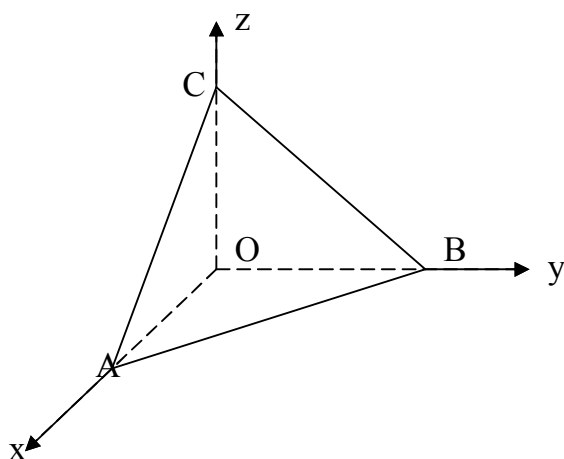
RÈN LUYỆN NHỮNG KỸ NĂNG CƠ BẢN GIẢI TOÁN BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ

2.1. Kỹ năng thiết lập hệ tọa độ

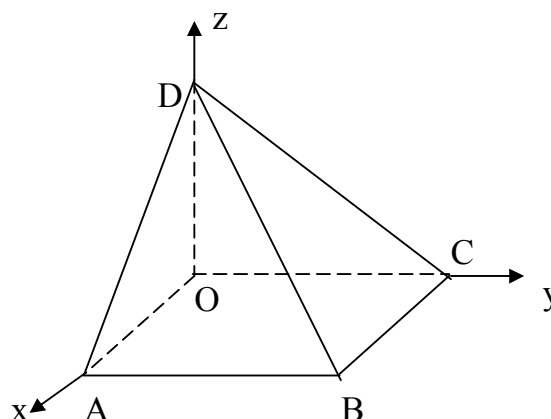
2.1.1. Thiết lập hệ tọa độ vuông góc trong những trường hợp thường gặp

Việc lựa chọn hệ tọa độ Đề các vuông góc gắn với các hình cơ bản được thể hiện trong các hình vẽ sau:

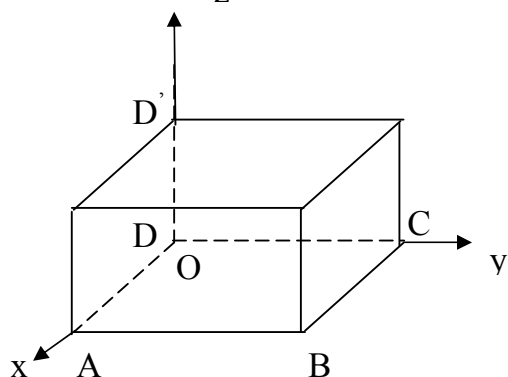
1. Tam diện vuông SABC



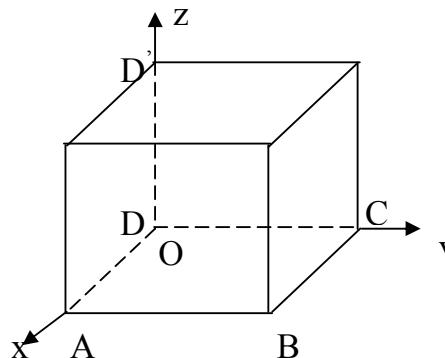
2. Tứ diện vuông SABCD



3. Hình hộp chữ nhật

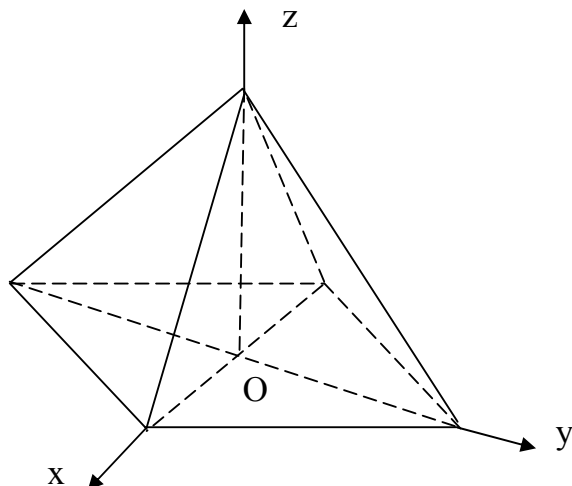
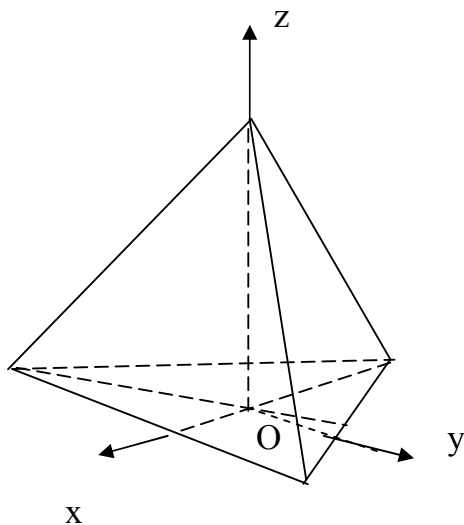


4. Hình lập phương



5. Hình chóp tam giác đều

6. Hình chóp tứ giác đều



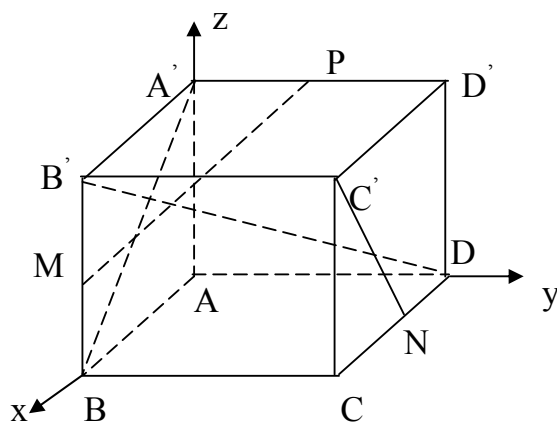
2.1.2 .Hệ thống các bài toán rèn luyện kỹ năng thiết lập hệ tọa độ

Bài toán 1: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh bằng a.

- Tính theo a khoảng cách giữa A'B và B'D
- Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BB', CD, A'D'. Tính góc giữa MP và C'N.

Tóm tắt lời giải:

- Lập hệ trục tọa độ gốc A, trục hoành chứa AB, trục tung chứa AD, trục cao chứa AA'.
- Ta có tọa độ các điểm A(0; 0; 0), A'(0; 0; a), B(a; 0; 0), B'(a; 0; a), D(0; a; 0), M(a; 0; $\frac{a}{2}$), N($\frac{a}{2}$; a; 0), P(0; $\frac{a}{2}$; a).



Tính được $d_{(A'B, B'D)} = \frac{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B'D}}{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B'D}}|} = \frac{a}{\sqrt{6}}$

$$b. \cos(MP, C'N) = \left| \cos(\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{C'N}) \right| = 0$$

Bài toán 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD. Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích khối tứ diện CMNP.

Tóm tắt lời giải:

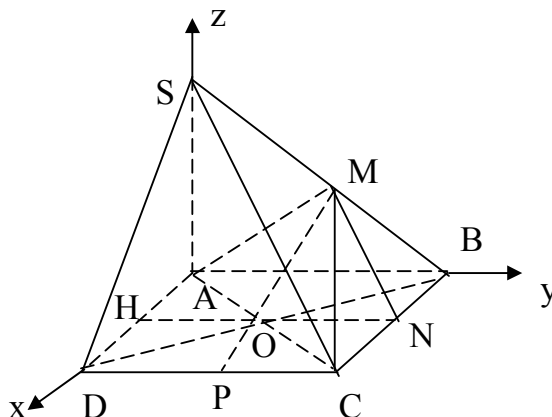
Gọi H là trung điểm AD thì SH

Vuông góc (ABCD). Lập hệ trục

Tọa độ gốc H, trục hoành chứa HD,

Trục tung chứa HN, trục cao chứa HS

$$N(0; a; 0), P\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right), M\left(\frac{-a}{4}; \frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$$



$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BP} = 0 \Rightarrow AM \perp BP$$

$$\text{Tính: } V_{CMNP} = \frac{1}{6} \frac{\left| [\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CN}] \cdot \overrightarrow{CP} \right|}{\left| [\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CN}] \right|} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{96}$$

2.2. Kỹ năng chuyển hóa từ ngôn ngữ hình học thông thường sang ngôn ngữ tọa độ và ngược lại.

2.2.1. Kiến thức cơ bản

Học sinh phải hiểu được sự tương ứng 1 -1 giữa đối tượng, quan hệ hình học với số và phương trình đại số, từ đó có thể chuyển từ ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ đại số và ngược lại. Ví dụ: Một điểm M trong không gian tương ứng với một bộ 3 số sắp thứ tự (x; y; z) trong hệ trục tọa độ Oxyz, Kí hiệu là M(x; y; z). Ngược lại mỗi bộ sắp thứ tự (x; y; z) trong hệ trục vuông góc Oxyz tương ứng mỗi điểm M trong không gian.

Để thuận lợi cho học sinh trong việc chuyển đổi giữa hai loại ngôn ngữ: ngôn ngữ hình học thông thường và ngôn ngữ đại số, ta thiết lập bảng như sau:

a. Chuyển đổi khái niệm

b. Chuyển đổi các mối quan hệ

2.2.2 Hệ thống bài toán hình học không gian nhằm rèn luyện kỹ năng chuyển đổi ngôn ngữ hình học – đại số cho học sinh

Bài toán 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của AD , N là tâm của hình vuông $CC'D'D$. Cho điểm $P(a; \frac{3a}{2}; a)$. Chứng minh rằng 5 điểm P, B, C', M, N cùng thuộc một mặt cầu.

Tóm tắt lời giải:

Để chứng minh 5 điểm cùng thuộc 1 mặt cầu thì trước hết ta chứng minh 4 điểm B, C', M, N cùng thuộc một mặt cầu, sau đó thay tọa độ điểm P vào phương trình mặt cầu tìm được $\Rightarrow$ đpcm

Ta có $C'DB$ là tam giác đều nên

$BN \perp DC' \Rightarrow$ trung điểm E của BC'

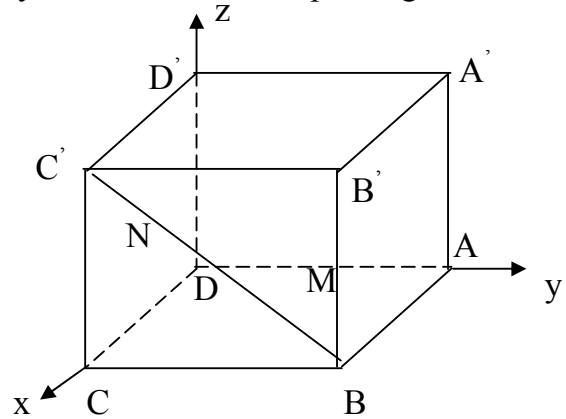
là tâm đường tròn ngoại tiếp

tứ diện $BC'MN$ nằm trên đường

thẳng (Δ) qua E vuông góc với

mặt phẳng (BNC') . Vì vậy ta có

thể chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho:



$O \equiv D$; A, C, D' lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz . Ta có:

$$D(0; 0; 0) \quad A(a; 0; 0) \quad C(0; a; 0) \quad B(a; a; 0)$$

$$D'(0; 0; a) \quad A'(a; 0; a) \quad C'(0; a; a) \quad B'(a; a; a)$$

Mặt phẳng (BNC') đi qua $D(0;0;0)$ có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{DB}=(a;a;0)$; $\overrightarrow{DC'}=(0;a;a)$ nên có phương trình $x - y + z = 0$

Đường thẳng (Δ) qua $E\left(\frac{a}{2}; a; \frac{a}{2}\right)$ và vuông góc với mặt phẳng (BNC') nên có phương

$$\text{trình } (\Delta) \begin{cases} x = \frac{a}{2} + t \\ y = a - t \\ z = \frac{a}{2} + t \end{cases}$$

$$\text{Tâm } I \in (\Delta) \Rightarrow I\left(\frac{a}{2} + t; a - t; \frac{a}{2} + t\right)$$

$$\forall I \quad MI = BI \Rightarrow t^2 + (a - t)^2 + \left(\frac{a}{2} + t\right)^2 = \left(\frac{-a}{2} + t\right)^2 + t^2 + \left(\frac{a}{2} + t\right)^2 \Rightarrow t = \frac{3a}{4}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{t^2 + (a-t)^2 + \left(\frac{a}{2} + t\right)^2} = \frac{a\sqrt{35}}{4}$$

Vậy phương trình mặt cầu đi qua các điểm B, C', M, N là:

$$\left(x - \frac{5a}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{a}{4}\right)^2 + \left(z - \frac{5a}{4}\right)^2 = \frac{35a^2}{16}$$

Thay tọa độ điểm P vào phương trình mặt cầu thấy thỏa mãn $\Rightarrow$ đpcm

2.3. Kỹ năng lập phương trình mặt phẳng

Dạng M1. Mặt phẳng qua một điểm và song song với một mặt phẳng khác

Hai mặt phẳng song song thì có cùng vectơ pháp tuyến.

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

Dạng M2. Mặt phẳng qua ba điểm A, B, C

Vectơ pháp tuyến là tích có hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$: $\vec{n}_p = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]$

Trường hợp đặc biệt: A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c) ta có phương trình mặt phẳng

theo đoạn chắn: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Dạng M3. Mặt phẳng qua một điểm và một đường thẳng

Lấy điểm A bất kì trên d, vectơ pháp tuyến của (P) bằng tích có hướng của $\vec{u}_d$ và $\overrightarrow{MA}$.

Dạng M4. Mặt phẳng qua hai đường thẳng song song

Cho 2 đường thẳng d và d' song song với nhau. Lấy A $\in$ d, B $\in$ d'. Khi đó vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm bằng tích có hướng của vectơ chỉ phương

của đường thẳng (d) và $\overrightarrow{AB}$: $\vec{n}_p = [\vec{u}_d; \overrightarrow{AB}]$

Dạng M5. Mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song với đường thẳng d'. Mặt phẳng cần tìm sẽ đi qua một điểm bất kì thuộc d và có vectơ pháp tuyến là tích có

hướng của cặp vectơ chỉ phương của đường thẳng d và d': $\vec{n}_p = [\vec{u}_d; \vec{u}_{d'}]$

Dạng M6. Mặt phẳng qua một điểm và song song với hai đường thẳng chéo nhau cho trước

Mặt phẳng cần tìm sẽ đi qua một điểm cho trước và có vectơ pháp tuyến là tích có hướng của cặp vectơ chỉ phương của đường thẳng d và d': $\vec{n}_p = [\vec{u}_d; \vec{u}_{d'}]$

Dạng M7: Mặt phẳng qua đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) cho trước

Phương trình mặt phẳng cần tìm sẽ đi qua một điểm M bất kì thuộc d và có véc tơ pháp tuyến bằng tích có hướng của véc tơ chỉ phương của đường thẳng d và véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) : $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_P]$

Dạng M8. Mặt phẳng tiếp xúc với một mặt cầu tâm I biết tiếp điểm A

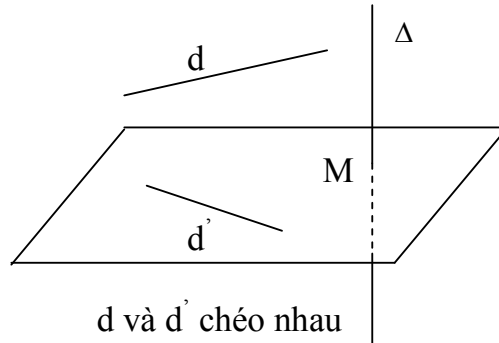
Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm I là tâm mặt cầu và có véc tơ pháp tuyến là: $\vec{n}_P = \vec{IA}$

2.4. Kỹ năng lập phương trình đường thẳng

Dạng D1: Lập phương trình đường thẳng Δ qua một điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d và d' chéo nhau cho trước.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là tích có hướng của 2 véc tơ chỉ phương đường thẳng d và d' :

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$$

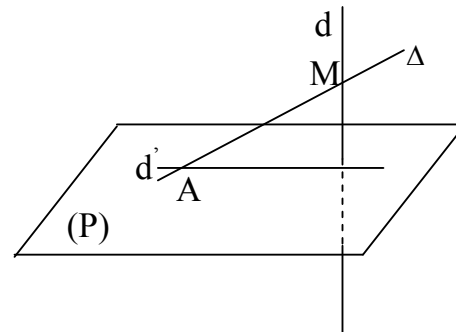


Dạng D2. Lập phương trình hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng (P)

Trường hợp 1: (d) cắt (P) tại A

Cách 1:

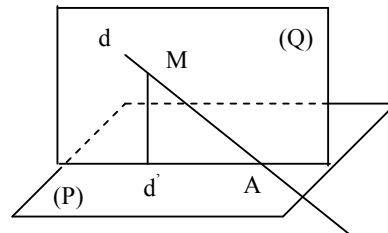
- Lấy M bất kỳ trên d , lập phương trình Δ qua M và vuông góc với (P) .
- Tìm giao điểm M' của Δ và (P) .
- Lập phương trình d' qua A và M' .



Cách 2:

- Gọi (Q) là mặt phẳng qua d và vuông góc với (P) thì:

$$\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_P]$$



- Gọi d' là giao tuyến của (P) và (Q)

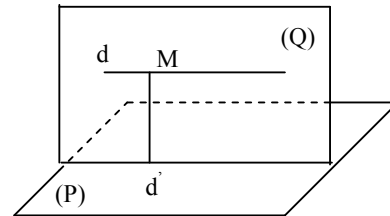
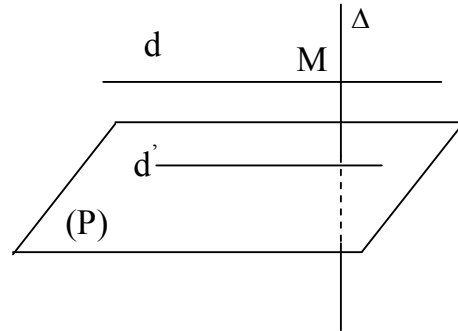
thì d' có vectơ chỉ phương:

$$\vec{u}_{d'} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$$

- Trường hợp 2: $d // (P)$

Cách 1:

- Lấy M bất kỳ trên d , lập phương trình Δ qua M và vuông góc với (P) .
- Tìm giao điểm M' của Δ và (P) .
- Lập phương trình d' qua M' và song song với d .



Cách 2:

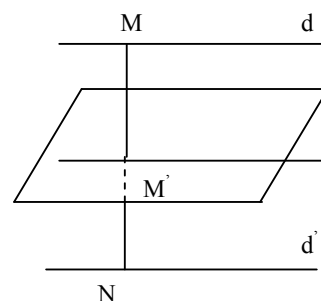
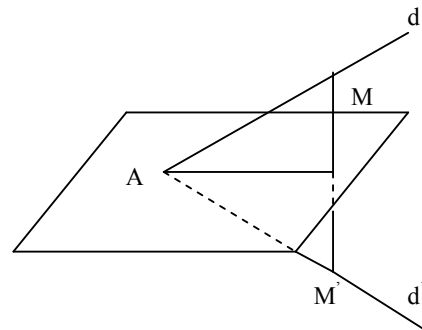
- Gọi (Q) là mặt phẳng qua d và vuông góc với (P) thì:

$$\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_P]$$

- Giao tuyến $d' = (P) \cap (Q)$ có vectơ chỉ phương $\vec{v} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$

Dạng D3. Lập phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (P)

- Trường hợp 1: d cắt (P) tại A
 - Tìm điểm N là hình chiếu của M trên (P) như trên
 - M' đối xứng với M qua (P) thì N là trung điểm của $MM' \rightarrow$ tọa độ M'
 - Lập phương trình d' qua A và M'
- Trường hợp 2: $d // (P)$
 - Tìm điểm M' là hình chiếu của M trên (P)
 - N đối xứng với M qua (P) thì M' là trung điểm của $MN \rightarrow$ tọa độ N



- Lập phương trình d' qua N và song song với d.

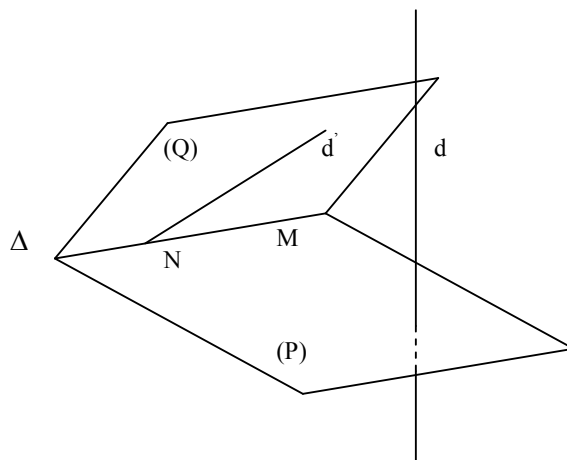
Dạng D4. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M, vuông góc với đường thẳng d và cắt đường thẳng d' .

Cách 1:

- Lập phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d
- Tìm giao điểm N của d' và (P)
- Lập phương trình Δ qua MN

Cách 2:

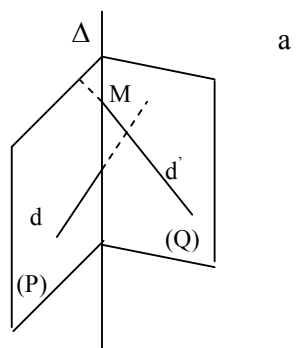
- Lập phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d
- Lập phương trình mặt phẳng (Q) qua M và d'
- Lập phương trình giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$



Dạng D5. Lập phương trình đường thẳng song song với đường thẳng a, cắt đường thẳng d và đường thẳng d' chéo nhau cho trước.

Cách 1:

- Lập phương trình mặt phẳng (P) qua d và song song với a
- Tìm giao điểm M của d' và (P)
- Lập phương trình Δ qua M và song song với a, chứng minh Δ cắt d



Cách 2:

- Lập phương trình mặt phẳng (P) qua d và song song với a
- Lập phương trình mặt phẳng (Q) qua d' và song song với a
- Lập phương trình giao tuyến Δ của (P) và (Q), chứng minh Δ cắt d

Dạng D6. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm M , cắt đường thẳng d và đường thẳng d' chéo nhau cho trước.

Cách 1:

- Lập phương trình mặt phẳng (P) qua M và d
- Tìm giao điểm N của d' và (P)
- Lập phương trình Δ qua M và N, chứng minh Δ cắt d

Cách 2:

- Lập phương trình mặt phẳng (P) qua M và d
- Lập phương trình mặt phẳng (Q) qua M và d'
- Lập phương trình giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$, chứng minh Δ cắt d và d' .

Dạng D7. Lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 cho trước.

Cách 1:

- Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}$ là véc tơ chỉ phương của $(d_1), (d_2)$ và (d)
- Vì $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{u} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$ từ đó xác định $\vec{u}$
- Viết phương trình mặt phẳng (P_1) chứa d và d_1 .
- Viết phương trình mặt phẳng (P_2) chứa d và d_2 .
- Phương trình đường thẳng d là giao tuyến của (P_1) và (P_2)

Cách 2:

- Chuyển d_1 và d_2 về phương trình tham số
- Giả sử $d \cap d_1 = A, d \cap d_2 = B \Rightarrow$ Tọa độ A, B thỏa mãn phương trình tham số của d_1 và d_2 .
- $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_1 \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ Tọa độ A, B
- Lập phương trình đường thẳng d chính là AB

Dạng D8: Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm M , nằm trên mặt phẳng (P) cho trước và vuông góc với đường thẳng d cho trước.

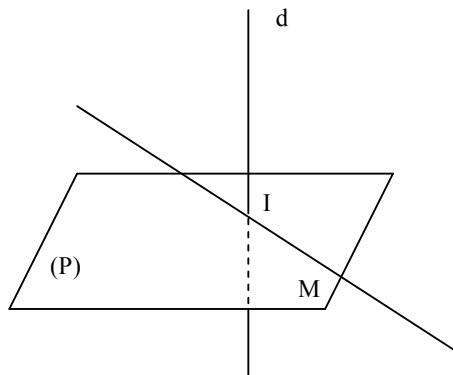
- Lập phương trình mặt phẳng (Q) qua M và vuông góc với d

- Lập phương trình giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$. Chứng minh Δ nằm trên (P) và vuông góc với d

Dạng D9: Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm M, vuông góc và cắt đường thẳng d cho trước.

Cách 1:

- Lập phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d
- Tìm giao điểm I của d và (P)
- Lập phương trình $\Delta = IM$



Cách 2:

- Lập phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d
- Lập phương trình mặt phẳng (Q) qua M và d
- Lập phương trình giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$

Dạng D10: Lập phương trình đường phân giác góc A của tam giác ABC

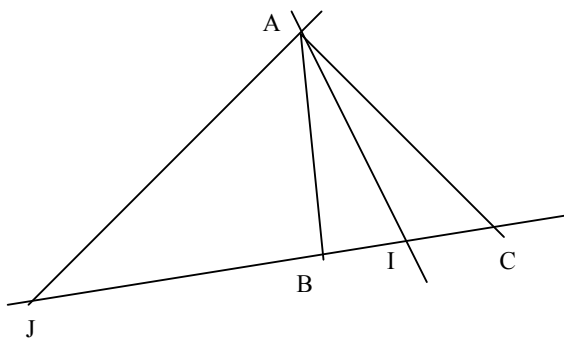
Gọi I, J lần lượt là các giao điểm của đường phân giác trong và đường phân giác ngoài của góc A với cạnh đáy BC

- Tính tỉ số $\frac{AB}{AC} = k$
- Theo tính chất phân giác:

$$\frac{\overline{IB}}{\overline{IC}} = -k \Rightarrow \overline{IB} = -k\overline{IC}$$

$$\Rightarrow \text{tọa độ I} \Rightarrow \text{phương trình AI}$$
- Tương tự $\frac{\overline{JB}}{\overline{JC}} = -k \Rightarrow \overline{JB} = -k\overline{JC}$

$$\Rightarrow \text{tọa độ J} \Rightarrow \text{phương trình AJ.}$$



2.5 .Kỹ năng chuyển hóa các phương trình của đường thẳng

* Chuyển phương trình của đường thẳng từ dạng giao tuyến của hai mặt phẳng sang dạng tham số hoặc chính tắc.

* Chuyển phương trình của đường thẳng từ dạng tham số sang dạng chính tắc rồi từ đó chuyển về dạng giao tuyến của hai mặt phẳng.

2.6. Kỹ năng lập phương trình mặt cầu

Dạng C1: Lập phương trình mặt cầu biết tâm và bán kính

Mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ bán kính R : $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$

Dạng C2: Lập phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm

Cách 1: Phương trình mặt cầu có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$

Thay tọa độ 4 điểm vào ta tìm được a, b, c, d

Cách 2: Gọi tâm cầu là $I(x_0; y_0; z_0)$ thì $IA = IB = IC = ID$. Giải hệ phương trình suy ra tọa độ điểm I .

Dạng C3: Lập phương trình mặt cầu đi qua ba điểm và biết 1 giả thiết khác.

Gọi tâm cầu là $I(x; y; z)$. Mặt cầu đi qua A, B, C thì: $IA = IB, IA = IC$, cùng với giả thiết thứ 3 ta có hệ phương trình ba ẩn, giải ra tìm được tâm cầu.

Dạng C4: Lập phương trình mặt cầu tiếp xúc với một mặt phẳng biết tâm cầu

Bán kính R bằng khoảng cách từ tâm cầu tới mặt phẳng (P) :

$$R = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Dạng C5: Lập phương trình mặt cầu qua 3 điểm A, B, C biết tâm nằm trên (P)

Lập phương trình mặt phẳng trung trực của AB và AC cắt nhau theo giao tuyến Δ . Tâm cầu là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P) .

Dạng C6: Lập phương trình mặt cầu tiếp xúc với một đường thẳng biết tọa độ tâm.

Bán kính mặt cầu bằng khoảng cách từ tâm đến đường thẳng a .

$$R = d_{(M,a)} = \frac{\left| \overrightarrow{u_a} \cdot \overrightarrow{AM} \right|}{\left| \overrightarrow{u_a} \right|}$$

2.7. Kỹ năng kết hợp giữa hình học tổng hợp và hình học giải tích

2.8. Kỹ năng chuyển hóa bài toán

* Để chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng ta chứng minh: $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC}$.

Hoặc tọa độ của mọi điểm thỏa mãn phương trình đường thẳng đi qua hai điểm kia.

* Để chứng minh 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng ta chứng minh: $D(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) = 0$

Hoặc chứng minh tọa độ của một điểm thỏa mãn phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm kia.

* Để chứng minh 3 đường thẳng đồng quy ta chứng minh hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Hoặc giao điểm 2 đường thẳng (và chỉ có giao điểm) nằm trên đường thẳng thứ 3.

Kết luận chương 2

Chương này trình bày hệ thống những kỹ năng cần rèn luyện cho học sinh khi học về phương pháp tọa độ trong không gian và những bài tập trong từng hệ thống. Đó là:

1. Hệ thống rèn luyện kỹ năng thiết lập hệ tọa độ.
2. Hệ thống rèn luyện kỹ năng chuyển hóa ngôn ngữ hình học thông thường sang ngôn ngữ tọa độ và ngược lại.
3. Hệ thống rèn luyện kỹ năng lập phương trình mặt phẳng
4. Hệ thống rèn luyện kỹ năng lập phương trình đường thẳng
5. Hệ thống rèn luyện kỹ năng lập phương trình mặt cầu
6. Hệ thống rèn luyện kỹ năng chuyển hóa các phương trình của đường thẳng
7. Hệ thống rèn luyện kỹ năng kết hợp giữa hình học tổng hợp và hình học giải tích.
8. Hệ thống rèn luyện kỹ năng chuyển hóa bài toán.

Với hệ thống này, những kỹ năng cần thiết trong quá trình giải bài toán trong hình học không gian sẽ được rèn luyện củng cố. Qua đó học sinh sẽ bớt được những khó khăn khi giải toán hình học không gian, ý thức được phương pháp đại số hóa một bài toán hình học.

CHƯƠNG 3

THỬ NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích, tổ chức thử nghiệm

3.1.1. Mục đích thử nghiệm

Bước đầu kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của các kỹ năng trong việc giải bài toán hình học không gian bằng phương pháp tọa độ để dạy chương “ Phương pháp tọa độ trong không gian” ở lớp 12 trường THPT.

3.1.2. Tổ chức thử nghiệm

1. Lớp thử nghiệm: 12A5, 12A6 của trường THPT Đồng Hòa – Kiến An – Hải Phòng, trong đó lớp 12A5 là lớp thử nghiệm và lớp 12A6 là lớp đối chứng.
2. Quá trình thử nghiệm: Tiến hành đợt thử nghiệm trong 2 tháng từ 15/2/2009 đến 15/4/2009.

3.2. Nội dung thử nghiệm

Các tiết dạy thử đối với lớp 12A5, 12A6 trong chương “ Phương pháp tọa độ trong không gian”

Tiết 23 - 27 Bài 1: Hệ tọa độ trong không gian

Tiết 28 - 32 Bài 2: Phương trình mặt phẳng

Tiết 33 - 38 Bài 3: Phương trình đường thẳng trong không gian

Trong các tiết dạy, giáo viên đã sử dụng tinh thần hoạt động hóa người học để dẫn dắt học sinh, làm phiếu bài tập...

Ví dụ tổ chức hoạt động cho học sinh trong tiết: Luyện tập kỹ năng lập hệ tọa độ và tiết : Luyện tập kỹ năng lập phương trình đường thẳng.

3.3 Đánh giá thử nghiệm

3.3.1. Phương pháp giảng dạy

Giáo viên dạy thử nghiệm đã sử dụng và phối hợp các phương pháp một cách hiệu quả, linh hoạt, hợp lý, bảo đảm được đầy đủ vai trò của người tổ chức, điều khiển được các hoạt động nhận thức của học sinh.

3.3.2 Khả năng lĩnh hội của học sinh

Các em phấn khởi và tự tin hơn vì hiểu được bản chất hình học của ngôn ngữ đại số, có thể làm được những bài tập đòi hỏi phải suy luận, những bài tập tổng hợp giải bằng phương pháp đại số.

3.3.3 Kết quả kiểm tra

I. Đề kiểm tra 45 phút.

Câu 1(3 điểm): Cho hình chóp SABC, đáy là tam giác vuông ABC ($\hat{C} = 1V$) và cạnh $SA \perp (ABC)$. Các cạnh $AC = a$, $BC = b$, $SA = h$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, SB. Tính độ dài MN.

Câu 2(4 điểm): Giải bài toán sau bằng phương pháp tọa độ

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Gọi các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, DD', C'B'. CMR: $mp(MNP) \parallel mp(AD'B')$.

Câu3:(3 điểm) Lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng:

$$(d): \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}, \quad (d'): \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}.$$

II. Những ý định khi ra đề kiểm tra

Câu1: Kiểm tra kiến thức của học sinh về cách lựa chọn hệ tọa độ thích hợp để có thể giải bài toán một cách đơn giản, ngắn gọn.

Câu 2: Kiểm tra kỹ năng giải bài tập tổng hợp bằng phương pháp tọa độ của học sinh, cách thiết lập hệ tọa độ với những trường hợp đặc biệt.

Câu 3: Kiểm tra kỹ năng lập phương trình đường thẳng

III. Những đánh giá qua bài kiểm tra của học sinh lớp thử nghiệm

Câu1: Hầu hết học sinh làm được bài, hình vẽ rõ ràng, có lập luận chặt chẽ. Điều đó chứng tỏ học sinh đã hiểu được bản chất của hình học trong không gian. Có sự linh hoạt trong quá trình thiết lập hệ tọa độ. Một số học sinh còn làm chậm.

Câu 2: Hầu hết học sinh chọn được hệ trục tọa độ, biểu diễn được các điểm, đường thẳng, mặt phẳng qua hệ trục tọa độ đó. Một số học sinh làm chậm và tính toán nhầm.

Câu 3: Hầu hết học sinh làm được bài, có hướng giải bài toán, một số học sinh còn làm chậm.

IV. Kết quả cụ thể

Điểm \ Lớp	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Số bài
12A5-Thử nghiệm	0	0	0	1	6	10	12	11	5	2	1	48
12A6 - Đối chứng	0	2	3	10	13	9	5	5	1	0	0	48

Nhìn chung, học sinh ở lớp thử nghiệm nắm vững kiến thức cơ bản, thành thạo trong việc chuyển từ ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ đại số và ngược lại, trình bày lời giải một cách rõ ràng do hiểu được bản chất của vấn đề.

Kết luận chương 3

Kết quả đợt thử nghiệm sư phạm cho thấy như sau:

- + Việc sử dụng hệ thống bài tập đã được xây dựng nhằm rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp tọa độ giải toán hình học không gian lớp 12 THPT.
- + Bằng phương pháp tọa độ trong không gian học sinh dễ dàng giải quyết một số dạng toán về hình học không gian.
- + Với phương pháp dạy học thích hợp, học sinh thực sự thu được kết quả, có tác dụng tốt trong việc lôi cuốn học sinh vào các hoạt động học tập tự giác, tích cực, độc lập và sáng tạo, giúp học sinh rèn luyện được tư duy và kỹ năng giải toán. Tạo điều kiện để tiếp tục bổ sung, rút kinh nghiệm đi tìm lời giải những bài toán khác của bản thân mỗi học sinh, giúp các em lĩnh hội được kiến thức. Như vậy mục đích thử nghiệm đã đạt được và giả thuyết khoa học của luận văn là hợp lý

KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

1. Kết luận

Quá trình nghiên cứu đề tài cho những kết quả và đóng góp như sau:

1. Sơ lược về lịch sử ra đời của phương pháp tọa độ, qua đó thấy được con đường đại số hóa hình học ở trường THPT. Việc sử dụng phương pháp tọa độ để giải quyết các bài toán hình học không gian đóng vai trò rất quan trọng trong việc dạy học toán ở nhà trường phổ thông. Nó không chỉ trang bị cho học sinh về mặt tri thức mà còn giúp các em phát triển về trí tuệ và các đức tính cần thiết của người lao động.

2. Luận văn đã tổng quan về kỹ năng, kỹ năng giải toán, vai trò vị trí chức năng của hệ thống bài tập vận dụng phương pháp tọa độ giải toán hình học không gian lớp 12 trung học phổ thông.

3. Luận văn đã chỉ ra các kỹ năng cơ bản giải toán hình học không gian bằng phương pháp tọa độ, với hệ thống bài toán kèm theo, góp phần khắc phục những yếu kém của học sinh khi học nội dung này. Các kỹ năng đó là:

- + Kỹ năng thiết lập hệ tọa độ.

- + Kỹ năng chuyển hóa ngôn ngữ hình học thông thường sang ngôn ngữ tọa độ và ngược lại.
- + Kỹ năng lập phương trình mặt phẳng
- + Kỹ năng lập phương trình đường thẳng
- + Kỹ năng lập phương trình mặt cầu
- + Kỹ năng chuyển hóa các phương trình của đường thẳng
- + Kỹ năng kết hợp giữa hình học tổng hợp và hình học giải tích.
- + Kỹ năng chuyển hóa bài toán.

4. Kết quả của đề tài phần nào đã được kiểm nghiệm qua thử nghiệm sư phạm. Những kết quả thử nghiệm sư phạm đã chứng tỏ:

Hệ thống bài tập đã xây dựng có tính hiệu quả và khả thi, giả thiết khoa học của luận văn chấp nhận được và mục đích nghiên cứu đã hoàn thành.

2. Khuyến nghị

Trong suốt quá trình thực hiện đề tài: “Rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp tọa độ giải toán hình học không gian lớp 12 trung học phổ thông “, tôi cũng mạnh dạn đưa ra một số ý kiến sau:

1. Các trường học và ở các bộ môn học cần có những nghiên cứu về việc rèn luyện các kỹ năng cho học sinh.

2. Trong quá trình dạy học cần phát huy cao độ việc rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp tọa độ giải toán hình học không gian lớp 12, từ đó giúp cho học sinh thấy được sự hấp dẫn, thú vị trong việc kết hợp giữa hình học và đại số, khắc phục những khó khăn và sai lầm của học sinh, nâng cao chất lượng dạy và học.

Chúng tôi cũng hi vọng rằng những vấn đề đã được trình bày trong luận văn có thể dùng làm tài liệu tham khảo cho các đồng nghiệp đang giảng dạy ở lớp 12 các trường THPT, gồm phần nâng cao chất lượng dạy học toán ở trường phổ thông.