

Rèn luyện kỹ năng giải toán về "đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song" cho học sinh lớp 11 trung học phổ thông : Giáo dục học: 60 14 10 / Nguyễn Thị Định ; Nghd. : PGS.TS. Bùi Văn Nghị

1. Lí do chọn đề tài

Luật giáo dục mới nước Cộng hòa Xã hội chủ nghĩa Việt nam, năm 2005, đã ghi: “Phương pháp giáo dục phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo của người học; bồi dưỡng năng lực tự học, lòng say mê học tập và ý chí vươn lên” (chương I, điều 4); “Phương pháp giáo dục phổ thông phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo của học sinh, phù hợp với đặc điểm của từng môn học, bồi dưỡng phương pháp tự học, rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn; tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho học sinh” (chương I, điều 24).

Những yêu cầu trên phản ánh nhu cầu đổi mới phương pháp giáo dục, để giải quyết mâu thuẫn giữa yêu cầu đào tạo con người mới với thực trạng còn chậm đổi mới phương pháp dạy học ở nước ta hiện nay.

Trong các phân môn của Toán học thì Hình học không gian là một phần khá quan trọng và thiết thực, bởi thông qua việc dạy và học hình không gian, phát triển ở người học trí tưởng tượng cao, khả năng phân tích quan sát tốt, từ đó giáo dục cho học sinh những phẩm chất cần thiết cho con người lao động xã hội chủ nghĩa. Tuy nhiên trên thực tế hình học không gian được xem là một chủ đề hay nhưng khó dạy, khó học. Học sinh thường lúng túng khi giải bài tập về hình học không gian, có tư tưởng ngại và sợ làm bài tập hình không gian, khả năng tưởng tượng không gian kém, chưa biết vận dụng lý thuyết vào giải bài tập.

Theo GS. Nguyễn Cảnh Toàn: dạy Toán là dạy kiến thức, kỹ năng, tư duy và tính cách, trong đó dạy kỹ năng có một vị trí đặc biệt quan trọng, bởi vì không có kỹ

năng thì không thể phát triển được tư duy và không tìm được lối thoát cho việc giải quyết vấn đề.

Một trong những khó khăn của người học toán là đứng trước một bài toán không biết bắt đầu từ đâu, tìm đường lối giải như thế nào. “Quan hệ song song trong không gian” là một trong những nội dung quan trọng của chương trình toán học phổ thông, đây cũng là nội dung tương đối khó với học sinh bởi các em mới bước đầu được làm quen với hình học không gian, đòi hỏi người giáo viên phải lựa chọn những phương pháp dạy học tích cực để tạo được niềm vui, hứng thú cho học sinh.

Từ những lí do trên, đề tài được chọn là: **“Rèn luyện kĩ năng giải toán về “Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song” cho học sinh lớp 11 Trung học phổ thông”**

2. Lịch sử nghiên cứu

Đã có một số công trình nghiên cứu gần gũi với đề tài này, nghiên cứu về việc xây dựng, vận dụng qui trình giải bài toán của G.Pôlya, những qui trình xác định hình trong dạy bài tập về đường thẳng và mặt phẳng, quan hệ song song trong không gian. Chẳng hạn như: “Rèn luyện kĩ năng xác định hình trong hình học không gian” - bài báo của Bùi Văn Nghị (Tạp chí Thông tin KHGD, số 60, tháng 3/1997); "Rèn luyện kĩ năng giải bài toán Hình học không gian bằng phương pháp tọa độ ở trường THPT" - Luận văn thạc sĩ của Thái Thị Anh Thư, ĐHSP HN, năm 2004; "Rèn luyện kĩ năng giải các bài toán thiết diện của các hình không gian trong chương trình Hình học 11 THPT" - luận văn thạc sĩ của Nguyễn Tiến Trung, ĐHSP HN, năm 2006 v.v....

Đề tài này khác những đề tài nói trên là: tập trung nghiên cứu những kĩ năng cơ bản nhất về giải toán hình học không gian chỉ giới hạn trong chương thứ nhất.

3. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu

Mục đích nghiên cứu: Đề tài nhằm đề xuất được một số biện pháp khả thi và hiệu quả trong rèn luyện các kĩ năng giải bài tập về “Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song”.

Từ đó, đề tài có các nhiệm vụ nghiên cứu là:

- Hệ thống hóa cơ sở lí luận về kĩ năng giải quyết vấn đề.
- Nghiên cứu kĩ năng giải bài tập về hình học trong không gian.

- Nghiên cứu nội dung, mục tiêu dạy học “Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song”.
- Đề xuất một số biện pháp rèn luyện kỹ năng giải toán về “Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song” cho học sinh lớp 11 Trung học phổ thông.
- Thực nghiệm sư phạm nhằm kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

4. Đối tượng nghiên cứu và khách thể nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu: Quá trình dạy học các nội dung của hình học không gian.

Phạm vi nghiên cứu: Nghiên cứu quan hệ song song trong không gian

Khách thể nghiên cứu: Tình hình dạy học ở trường THPT Văn giang - Hưng yên

5. Mẫu khảo sát

Lớp 11TN4; 11TN7 trường THPT Văn giang - Hưng yên

6. Vấn đề nghiên cứu

Rèn luyện kỹ năng giải quyết các bài toán về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song cho học sinh như thế nào để mang lại hiệu quả cao?

7. Giả thuyết khoa học

Nếu vận dụng những biện pháp đã đề xuất trong luận văn thì sẽ rèn luyện cho học sinh THPT kỹ năng giải quyết vấn đề liên quan đến đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song, góp phần nâng cao hiệu quả dạy hình học không gian ở trường phổ thông.

8. Phương pháp nghiên cứu

- + Phương pháp nghiên cứu lý luận
- + Phương pháp điều tra quan sát
- + Phương pháp thực nghiệm sư phạm

9. Cấu trúc luận văn

Ngoài phần mở đầu và phần kết luận, luận văn gồm 3 chương:

Chương 1: Cơ sở lý luận và thực tiễn

Chương 2: Những biện pháp rèn luyện kỹ năng giải quyết vấn đề liên quan đến đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song.

Chương 3: Thực nghiệm sư phạm

Chương 1: CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Định hướng đổi mới phương pháp dạy học và những phương pháp dạy học tích cực

+ Định hướng đổi mới phương pháp dạy học ở trường phổ thông

Đổi mới phương pháp dạy học cần khắc phục lối truyền thụ một chiều, rèn luyện nếp tư duy sáng tạo của người học, áp dụng các phương pháp tiên tiến và phương tiện hiện đại, đảm bảo điều kiện và thời gian tự học, tự nghiên cứu cho học sinh. Rất cần phát huy tối đa năng lực tự học, học suốt đời trong thời đại bùng nổ thông tin. Như vậy cốt lõi của đổi mới phương pháp dạy học là hướng tới hoạt động học tập tích cực, chủ động, chống lại thói quen học tập thụ động.

1.2. Kỹ năng

+ Khái niệm kỹ năng

Kỹ năng là khả năng vận dụng kiến thức (khái niệm, cách thức, phương pháp,...) để giải quyết nhiệm vụ đặt ra. Nói đến kỹ năng là nói đến cách thức, thủ thuật và trình tự thực hiện các thao tác hành động để đạt tới mục đích đã định. Kỹ năng chính là kiến thức trong hành động.

- *Đặc điểm của kỹ năng:*

Bất cứ kỹ năng nào cũng phải dựa trên cơ sở lý thuyết, đó là kiến thức. Kiến thức là cơ sở của kỹ năng khi kiến thức đó phản ánh đầy đủ các thuộc tính bản chất của đối tượng, được thử nghiệm trong thực tiễn và tồn tại trong ý thức với tư cách của hành động.

Muốn có kỹ năng về hành động nào đó thì cần phải:

Có kiến thức để hiểu được mục đích của hành động, biết được điều kiện, cách thức để đi đến kết quả, để thực hiện hành động.

Tiến hành hành động đó với yêu cầu của nó.

Đạt được kết quả phù hợp với mục đích đã đề ra.

Có thể hành động có hiệu quả trong những điều kiện khác nhau.

Có thể qua bất chước, rèn luyện để hình thành kỹ năng nhưng phải trải qua thời gian đủ dài.

- *Sự hình thành kỹ năng*

Kĩ năng chỉ được hình thành thông qua quá trình tư duy để giải quyết các nhiệm vụ đặt ra.

Thực chất của sự hình thành kĩ năng là tạo dựng cho học sinh khả năng nắm vững một hệ thống phức tạp các thao tác nhằm làm biến đổi và sáng tỏ các thông tin chứa đựng trong bài toán.

Có thể dạy cho học sinh kĩ năng bằng những con đường khác nhau.

+ Kĩ năng giải toán

Đó là khả năng vận dụng có mục đích những tri thức và kinh nghiệm đã có vào giải những bài toán cụ thể, thực hiện có kết quả một hệ thống hành động giải toán để đi đến lời giải của bài toán một cách khoa học

- *Các yêu cầu rèn luyện kĩ năng giải toán cho học sinh ở trường THPT*

Giúp cho học sinh hình thành và nắm vững những mạch kiến thức cơ bản xuyên suốt chương trình.

Giúp học sinh phát triển các năng lực trí tuệ.

Coi trọng việc rèn luyện khả năng tính toán

Giúp học sinh rèn luyện các phẩm chất đạo đức và thẩm mỹ

- *Một số kĩ năng cần thiết khi giải toán*

Hệ thống kĩ năng giải toán của học sinh có thể chia làm ba cấp độ: Biết làm, thành thạo và sáng tạo trong việc giải các bài toán cụ thể.

Trong giải toán học sinh cần có nhóm kĩ năng sau:

- Nhóm kĩ năng chung
 - Kĩ năng hiểu nội dung bài toán
 - Kĩ năng tìm kiếm, đề ra chiến lược giải, hướng giải cho bài toán.
- Nhóm kĩ năng thực hành
 - Kĩ năng vận dụng tri thức vào hoạt động giải toán. Kĩ năng này được rèn luyện trong quá trình tìm tòi lời giải của bài toán
 - Kĩ năng tính toán
 - Kĩ năng trình bày lời giải khoa học, sử dụng biểu đồ, sơ đồ, đồ thị, đọc và vẽ đồ thị
 - Kĩ năng ước lượng, đo đạc ...
 - Kĩ năng toán học hóa các tình huống thực tiễn

- Nhóm kĩ năng về tư duy
- Kĩ năng tổ chức các hoạt động nhận thức trong giải toán
- Kĩ năng tổng hợp
- Kĩ năng phân tích
- Kĩ năng mô hình hóa
- Kĩ năng sử dụng thông tin

1.3. Thực tiễn dạy học “đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song” trong chương trình hình học 11 nâng cao THPT

1.3.1. Mục đích yêu cầu của chương đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song

- Về kiến thức

Trang bị cho học sinh một số cơ sở khoa học để hiểu rõ từ các khái niệm ban đầu: điểm, đường thẳng, mặt phẳng và quan hệ “thuộc”(đi qua), quan hệ vuông góc, quan hệ song song, với các tiên đề, định lí, khái niệm.

Giúp học sinh

Nắm vững các điều kiện xác định mặt phẳng.

Nắm vững các vị trí tương đối giữa các đường thẳng, giữa các mặt phẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, đặc biệt là quan hệ song song giữa chúng.

Nắm được cách xác định thiết diện của một hình khi cắt bởi một mặt phẳng.

Nắm được cách vẽ hình biểu diễn của một hình.

Nắm vững định nghĩa và cách vẽ ba hình không gian: hình chóp, hình lăng trụ và hình chóp cụt.

- Về kĩ năng

Chú trọng rèn luyện cho học sinh các kĩ năng sau:

Kĩ năng vẽ hình

Các kĩ năng nhận dạng bài tập để lựa chọn đường lối giải

Kĩ năng huy động các kiến thức lí thuyết đã được trang bị vào giải một bài toán cụ thể

Kĩ năng tự kiểm tra đánh giá, trình bày lời giải của bài toán

- Về phương pháp

Chú trọng cho học sinh biết cách khai thác các phương pháp khác nhau, lựa chọn ưu điểm của các phương pháp dạy học tích cực

- Về việc phát triển năng lực tư duy và phẩm chất trí tuệ cho học sinh.

Rèn luyện kỹ năng chứng minh suy diễn, khả năng lập luận có căn cứ, bồi dưỡng năng lực chứng minh, chú trọng phát triển trí tưởng tượng không gian

1.3.2. Những kỹ năng cơ bản thuộc nội dung đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song

- Kỹ năng xác định hình:

Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

Xác định giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Xác định thiết diện của đa diện với một mặt phẳng

- Kỹ năng chứng minh:

Chứng minh ba điểm thẳng hàng, chứng minh ba đường thẳng đồng qui.

Chứng minh các quan hệ song song trong không gian

- Kỹ năng tính toán

- Kỹ năng tìm tập hợp điểm

1.3.3. Những khó khăn của HS khi học nội dung đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song

- Trong mặt phẳng ta chỉ xét các quan hệ giữa điểm và đường thẳng thì trong không gian còn có thêm các quan hệ giữa các đối tượng đó và mặt phẳng – một đối tượng mới. Vì vậy các mối quan hệ trở nên phức tạp hơn nhiều.

- Khó khăn trong việc vẽ hình biểu diễn của một hình không gian trên mặt phẳng.

- Khó khăn trong định hướng giải, cách giải đối với các bài toán không gian.

Chương 2: MỘT SỐ BIỆN PHÁP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI BÀI TẬP VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN, QUAN HỆ SONG SONG

2.1. Biện pháp 1: Rèn luyện kỹ năng tìm tòi lời giải theo 4 bước giải toán của Pôlya

Dạy học giải bài tập toán không có nghĩa là GV chỉ đơn thuần cung cấp cho HS lời giải bài toán. Biết lời giải bài toán không quan trọng bằng làm thế nào để tìm

ra được lời giải đó. Để tạo được hứng thú học tập cho HS, để phát triển tư duy, rèn luyện kĩ năng giải toán, rèn luyện tính độc lập, sáng tạo cho HS, GV phải hình thành cho các em qui trình chung để giải một bài toán cũng như các phương pháp tìm tòi lời giải. Theo G.Polya nên rèn luyện kĩ năng này thông qua các bước sau:

Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán

Bước 2: Xây dựng chương trình giải bài toán

Bước 3: Trình bày lời giải

Bước 4: Nghiên cứu kết quả bài toán

Trong phần này chúng tôi đưa ra ví dụ minh họa với hệ thống câu hỏi dẫn dắt của giáo viên nhằm mục đích xây dựng cho học sinh cách thức phân tích, tìm tòi, định hướng để tìm đường lối giải cho bài toán.

2.2. Biện pháp 2: Rèn luyện kĩ năng xác định hình

Điều cơ bản trong việc rèn luyện kĩ năng xác định hình là hình thành những thuật giải cho từng dạng toán cụ thể. Mỗi thuật giải được phát hiện và rèn luyện thông qua các bước sau:

- Nhìn nhận cách xác định hình thông qua một hệ thống bài toán cụ thể.
- Trên cơ sở của việc giải các bài toán cụ thể, đề xuất qui trình xác định hình.
- Kiểm nghiệm lại qui trình bằng hệ thống các bài tập áp dụng.

Cách thức đó được cụ thể cho từng dạng bài toán như sau:

Dạng 1: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

Giao tuyến của hai mặt phẳng là một đường thẳng, vì vậy khi định hướng để tìm đường lối giải, giáo viên cần phải có hệ thống câu hỏi dẫn dắt:

GV: Một đường thẳng trong không gian hoàn toàn được xác định khi nào?

HS: Biết hai điểm phân biệt hoặc biết một điểm và phương của đường thẳng.

Từ đó học sinh hình thành được đường lối giải bài toán. Cấu trúc nội dung này như sau:

1. Một số bài toán mở đầu: Gồm 5 ví dụ về các dạng toán sau
 - Xác định giao tuyến bằng cách tìm hai điểm chung phân biệt
 - Xác định giao tuyến nhờ các định lí về giao tuyến song song

Điểm yếu của học sinh khi xác định giao tuyến nhờ các định lý về giao tuyến song song là không biết lựa chọn định lý nào để vận dụng vào một bài toán cụ thể. Vì vậy để rèn kỹ năng xác định giao tuyến nhờ các định lý về giao tuyến song song, giáo viên nên cho học sinh hệ thống lại các định lý liên quan, đó là các định lý về giao tuyến song song

2. Đề xuất qui trình giải

Muốn xác định giao tuyến của hai mặt phẳng phân biệt, ta có các cách sau:

Cách 1: Tìm hai điểm A, B cùng thuộc hai mặt phẳng đã cho. Giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng AB.

Để tìm điểm chung của hai mặt phẳng ta phải tìm hai đường thẳng đồng phẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng đó. Trong nhiều trường hợp, nếu chỉ nhìn những đường sẵn có trong mặt phẳng, có thể không tìm được hai đường cắt nhau mà phải tạo ra đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng.

Cách 2: Xác định giao tuyến nhờ các định lý về giao tuyến song song

3. Các bài toán áp dụng

Ví dụ: Cho tứ diện ABCD, M là điểm bên trong tam giác ABD; N là điểm bên trong tam giác ACD. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau

a) (AMN) và (BCD)

b) (DMN) và (ABC)

Hướng dẫn: Phải tìm được hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng (AMN) và (BCD)

Lời giải:

Trong (ABD), $AM \cap BD = M'$

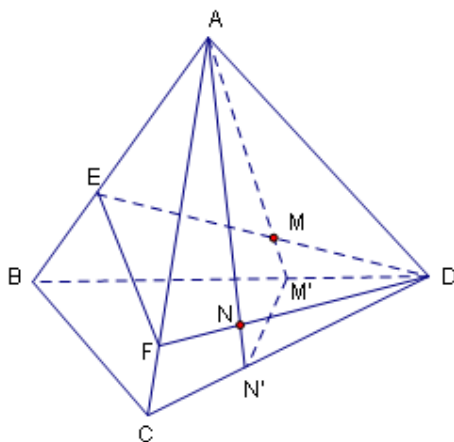
Trong (ACD), $AN \cap CD = N'$

Khi đó $(AMN) \cap (BCD) = M'N'$

Trong (ABD), $DM \cap AB = E$

Trong (ACD), $DN \cap AC = F$.

Khi đó $(DMN) \cap (ABC) = EF$



Chú ý:

Để tìm điểm chung của hai mặt phẳng (P), (Q) ta thường tìm hai đường thẳng đồng phẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng đó. Giao điểm của hai đường thẳng đó chính là điểm chung của (P) và (Q).

Trong khi tìm giao tuyến của hai mặt phẳng, có thể ta chưa nhìn thấy điểm chung nào của chúng, khi đó ta phải tạo ra hai điểm chung theo cách trên.

Dạng 2: Xác định giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng

Cấu trúc của phần này như sau:

1. Một số bài toán mở đầu
2. Đề xuất qui trình giải

Để tìm giao điểm của đường thẳng d với (P), ta có thể tiến hành các bước sau:

Bước 1: Tìm mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d mà có giao tuyến với (P).

Bước 2: Tìm giao tuyến d' của (P) và (Q). Trong (Q), $d \cap d' = I$ thì I là giao điểm của d và (P).

Với qui trình giải như vậy, HS sẽ dễ dàng hơn trong việc xác định giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng.

3. Các bài toán áp dụng

Dạng 3: Xác định thiết diện

Trong hình học không gian, bài toán xác định thiết diện là một dạng bài toán cơ bản, nó chiếm một tỷ lệ khá lớn và xuyên suốt toàn bộ chương trình.

Xác định thiết diện

Cho trước khối đa diện T và mặt phẳng (P). Nếu (P) có điểm chung với T thì (P) sẽ cắt một số mặt của T theo các đoạn thẳng. Phần mặt phẳng (P) giới hạn bởi các đoạn thẳng đó là đa giác, gọi là thiết diện của T và (P).

Khi xác định thiết diện cần chú ý:

- Bài toán xác định thiết diện là bài toán dựng hình nhưng chỉ cần trình bày phần cách dựng và phần biện luận (nếu có)
- Đỉnh của thiết diện là giao điểm của (P) với các cạnh của T, cạnh của thiết diện là đoạn giao tuyến của (P) với các mặt của T. Do đó, thực chất của việc xác định thiết

diện là giải bài toán xác định giao điểm giữa đường thẳng với mặt phẳng và xác định giao tuyến giữa hai mặt phẳng.

Cấu trúc của phần này như sau:

1. Một số bài toán mở đầu: Gồm 7 ví dụ minh họa cho 2 phương pháp xác định thiết diện

Phương pháp 1: Phương pháp giao tuyến gốc

Ta đã biết để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng ta có thể tìm hai điểm chung phân biệt hoặc tìm một điểm chung và phương của giao tuyến.

Trong nhiều bài toán xác định thiết diện, ta thường sử dụng phối hợp cả 2 cách trên.

Phương pháp 2: Xác định thiết diện bằng các định lý về giao tuyến song song

Cơ sở để xác định thiết diện trong trường hợp này là các định lý về giao tuyến song song

Khi mặt phẳng (α) được cho bởi tính chất song song thì có các trường hợp sau:

- *Trường hợp 1: (α) đi qua đường thẳng d_1 và song song với d_2 (d_1 và d_2 chéo nhau)*

Lúc này trên (α) mới có một đường thẳng d_1 đã biết. Ta cần xác định một đường thẳng cắt d_1 và song song với d_2 .

Đường này thường được xác định như sau: Vì $d_2 // (\alpha)$ nên ta chọn một mặt phẳng (β) chứa d_2 sao cho giao điểm A của d_1 và (β) có thể xác định được ngay. Trong (β) dựng đường thẳng d_2' song song với d_2 , (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2' .

- *Trường hợp 2: (α) đi qua điểm M và song song với hai đường thẳng chéo nhau cho trước*

Để xác định được (α) , trước tiên ta hãy xét hai mặt phẳng $(M; d_1), (M; d_2)$. Trong mỗi mặt phẳng này xác định một đường thẳng qua M, song song với d_1 và d_2 . Khi đó (α) là mặt phẳng chứa hai đường thẳng vừa xác định được.

Chú ý:

Nếu $(M; d_2)$ khó xác định, ta chỉ cần xác định $(M; d_1)$, trong mặt phẳng này dựng đường thẳng d_1' song song với d_2 , khi đó thiết diện được xác định như trong trường hợp 1.

2. Đề xuất qui trình giải

Để xác định thiết diện của một hình đa diện với một mặt phẳng, ta phải xác định các đoạn giao tuyến của mặt phẳng đó với các mặt của hình đa diện.

Có thể xác định thiết diện bằng các phương pháp:

Phương pháp 1: Phương pháp giao tuyến gốc

Để xác định thiết diện giữa T và (P), trước hết hãy tìm cách xác định giao tuyến của (P) với một mặt phẳng chứa một mặt của T. Trên mặt phẳng này, lấy giao điểm của giao tuyến vừa tìm được với các đường thẳng chứa cạnh của T. Từ các giao điểm mới tìm được sẽ xác định được giao tuyến của (P) với các mặt khác của T.

Giao tuyến đầu tiên giữa (P) với một mặt của T gọi là giao tuyến gốc, vì từ giao tuyến đó ta sẽ xác định được các giao tuyến khác.

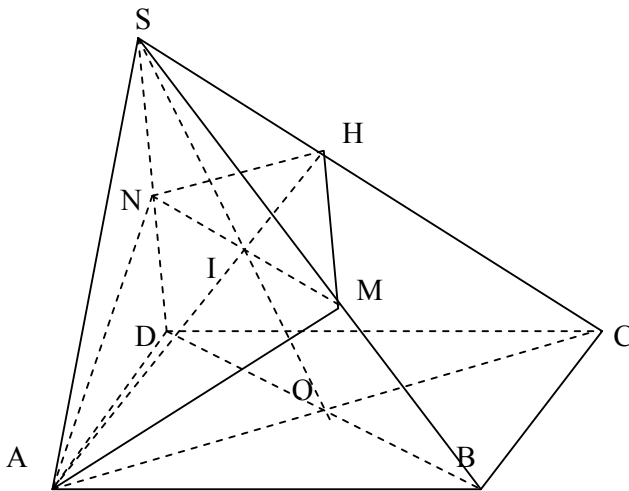
Cách xác định trên đây thường được dùng khi mặt phẳng (P) được cho dưới dạng tường minh, tức là cho bởi ba điểm không thẳng hàng hay bởi hai đường thẳng cắt nhau hoặc hai đường thẳng song song.

Trường hợp giao tuyến gốc chưa tìm thấy ngay, thì để xác định nó, thường phải giải bài toán phụ: tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng để tìm thêm một số điểm nữa của thiết diện.

Phương pháp 2: Xác định thiết diện bằng các định lý về giao tuyến song song

3. Các bài toán áp dụng

Ví dụ: Cho hình chóp tứ giác SABCD, điểm H nằm trong cạnh SC. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) đi qua AH, song song với BD.



Hướng dẫn:

Từ giả thiết $BD \parallel (P)$ gợi ý cho ta nghĩ tới việc xác định giao tuyến của (P) với một mặt phẳng nào đó chứa BD . Để lựa chọn được mặt phẳng đó cần khai thác giả thiết (P) đi qua AH mà $AH \perp SO$, suy ra (P) và (SBD) có điểm chung, từ đó xác định được giao tuyến của (SBD) và (P) .

Lời giải:

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Trong (SAC) , $AH \cap SO = I$.

Vì $BD \parallel (P)$, (SBD) đi qua BD nên (SBD) cắt (P) theo giao tuyến $MN \parallel BD$

$M \in SB$, $N \in SD$. Tứ giác $AMHN$ là thiết diện của (P) và hình chóp.

Nhận xét:

Thực chất để xác định thiết diện của hình chóp với (P) ta đã tạo thêm đường thẳng MN của (P) để đưa (P) về sự xác định tường minh.

2.3. Biện pháp 3: Rèn luyện kĩ năng chứng minh

Một trong những nội dung quan trọng của chương đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song là hệ thống các bài toán chứng minh. Kĩ năng chứng minh trong chương này chủ yếu thông qua các dạng toán sau:

- Chứng minh ba điểm thẳng hàng
- Chứng minh ba đường thẳng đồng qui
- Chứng minh các quan hệ song song trong không gian

Biện pháp rèn luyện kĩ năng này là: thông qua một số bài toán cơ bản (làm mẫu) rồi tập luyện cho HS vận dụng giải bài toán tương tự.

Trong từng bài cụ thể chúng tôi thực hiện tiến trình bài giảng theo các bước sau:

Bước 1: Yêu cầu HS nhắc lại những kiến thức liên quan đến bài toán

Bước 2: Yêu cầu HS đề xuất giải pháp

Bước 3: GV giúp đỡ HS thực hiện giải pháp

Bước 4: Rút ra những bài học kinh nghiệm, những điểm cần chú ý.

Tùy vào đặc điểm từng bài toán mà những bước này được tổ chức một cách linh hoạt. Sau đây là một số ví dụ minh họa cho các dạng toán:

Dạng 1: Chứng minh ba điểm thẳng hàng

Cấu trúc của phần này như sau:

1. Một số bài toán mở đầu: Gồm 2 ví dụ, trong mỗi ví dụ đều có hướng dẫn giải để học sinh tự phát hiện đường lối giải.

- Để chứng minh ba đường thẳng đồng phẳng ta có thể xác định một mặt phẳng đi qua hai trong ba đường và chứng minh đường thứ ba cũng nằm trên mặt phẳng đó.

- Để chứng minh ba điểm thẳng hàng:

Cách 1: Chứng minh chúng là ba điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt

Cách 2: Chuyển bài toán về bài toán chứng minh thẳng hàng trong mặt phẳng.

- Trong một số bài toán cần chú ý xét các trường hợp xảy ra trong bài toán

2. Các bài toán áp dụng

Dạng 2: Chứng minh ba đường thẳng đồng qui

Cấu trúc của phần này như sau:

1. Một số bài toán mở đầu

Phương pháp chứng minh ba đường thẳng đồng qui

Cách 1: Tìm giao điểm của hai đường và chứng minh đường thứ ba đi qua giao điểm đó. Bài toán chứng minh ba đường thẳng đồng qui cuối cùng qui về chứng minh ba điểm thẳng hàng.

Cách 2: Dùng định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng.

Để chứng minh ba điểm thẳng hàng ta còn có thể chứng minh qua một điểm có hai đường thẳng cùng song song với đường thứ ba.

2. Các bài toán áp dụng

Dạng 3: Chứng minh các quan hệ song song trong không gian

+ *Chứng minh hai đường thẳng song song*

1. Một số ví dụ mở đầu

Phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song

Cách 1: Đưa hai đường thẳng đó vào trong một mặt phẳng nào đó và sử dụng phương pháp chứng minh song song của hình học phẳng.

Cách 2: Chứng minh hai đường thẳng đó là hai đường thẳng phân biệt và cùng song song với một đường thẳng thứ ba.

Cách 3: Dùng các định lý về giao tuyến song song.

2. Các bài toán áp dụng

+ *Chứng minh đường thẳng d song song với mặt phẳng (P)*

1. Một số ví dụ mở đầu

Phương pháp chứng minh một đường thẳng song song với một mặt phẳng

Cách 1: Chứng minh đường thẳng d nằm ngoài mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng a của mặt phẳng (P)

Ghi chú : Nếu đường thẳng a không có sẵn trong hình thì ta chọn một mặt phẳng (Q) chứa d và lấy a là giao tuyến của (P) và (Q)

Cách 2: Chứng minh đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (Q) mà $(Q) // (P)$

Chú ý: Để chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng, nếu không sử dụng được dấu hiệu, ta có thể đưa đường thẳng đã cho vào một mặt phẳng và chứng minh mặt phẳng đó song song với mặt phẳng đã cho.

2. Các bài tập áp dụng

+ *Chứng minh hai mặt phẳng song song*

1. Một số ví dụ mở đầu

Phương pháp chứng minh 2 mặt phẳng song song

Cách 1: Chứng minh mặt phẳng này chứa hai đường thẳng cắt nhau lần lượt song song với mặt phẳng kia.

Cách 2: Chứng minh hai đường cắt nhau của mặt này lần lượt song song với hai đường cắt nhau của mặt kia

Cách 3: Chứng minh hai mặt phẳng đó phân biệt và cùng song song với mặt phẳng thứ ba.

2. Các ví dụ áp dụng

Ví dụ: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi I là trung điểm của SC, J là điểm trên (ABCD) và cách đều AB và CD. Chứng minh IJ song song với (SAB)

Hướng dẫn:

Dấu hiệu để chứng minh IJ song song với một đường thẳng của mặt phẳng (SAB) không có, vì vậy, để chứng minh $IJ // (SAB)$ ta chứng minh IJ nằm trên một mặt phẳng song song với (SAB).

GV: Khai thác giả thiết J cách đều AB và CD, J thuộc (ABCD) ta có điều gì?

HS: J nằm trên đường thẳng $PQ \parallel AB$, P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC.

GV: IJ được đưa vào trong mặt phẳng nào?

HS: (IPQ)

GV: Hãy chứng minh $(IPQ) \parallel (SAB)$

Lời giải:

a) Vì J là điểm thuộc (ABCD)

và cách đều AB và CD nên J

nằm trên đường thẳng PQ qua

O song song với DC, P, Q lần

lượt là trung điểm của AD và

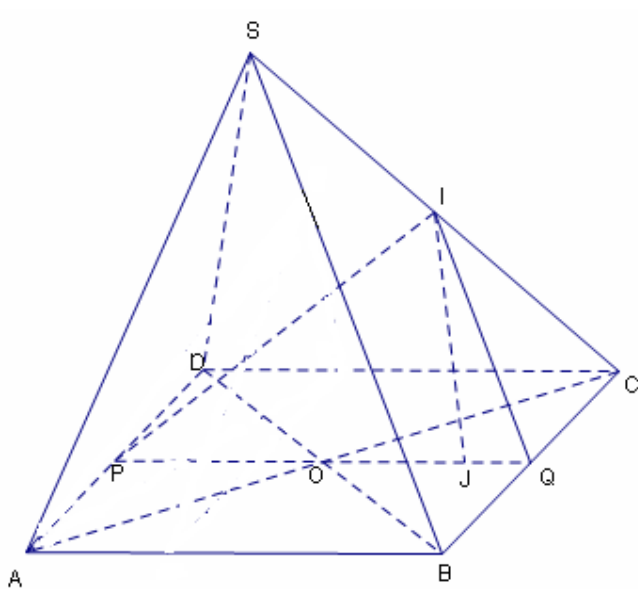
BC.

Ta có $IQ \parallel SB$, $PQ \parallel AB$, IQ

và PQ thuộc (IPQ), SB

và AB thuộc (SAB) suy ra

$(IPQ) \parallel (SAB)$



Mà $IJ \subset (IPQ) \Rightarrow IJ \parallel (SAB)$

Chú ý: Để chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng, nếu không sử dụng được dấu hiệu, ta có thể đưa đường thẳng đã cho vào một mặt phẳng và chứng minh mặt phẳng đó song song với mặt phẳng đã cho.

2.4. Biện pháp 4: Rèn luyện kỹ năng tính toán

Một trong các kỹ năng cơ bản trong việc giải các bài toán trong chương đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song là kỹ năng tính toán. Bài toán tính toán có thể gặp ở nhiều dạng khác nhau: Tính độ dài đoạn thẳng, tính diện tích các mặt của đa diện, tính chu vi và diện tích thiết diện, tính tỷ số...

Vấn đề cơ bản của dạng bài tập tính toán là tính độ dài đoạn thẳng bởi vì phần lớn các bài toán tính toán đều quy về tính độ dài đoạn thẳng.

Để tính độ dài đoạn thẳng, ta có các cách:

- Đưa đoạn thẳng cần tìm vào trong tam giác đã xác định được một số yếu tố
- Thiết lập các tỷ số liên hệ giữa đoạn thẳng cần tìm với các đoạn thẳng đã biết

- Thiết lập đẳng thức liên quan đến đoạn thẳng cần tìm bằng cách tính một đại lượng hình học theo hai cách khác nhau.

Điểm yếu của HS khi giải các bài toán tính toán là không biết tìm mối liên hệ giữa các yếu tố đã cho với yếu tố cần tính.

Để khắc phục điểm yếu đó, biện pháp của chúng tôi là:

Bước 1: Hướng dẫn HS phân tích bài toán, xác định các yếu tố đã cho và các yếu tố cần tìm

Để hướng dẫn HS phân tích bài toán, xác định các yếu tố đã cho và các yếu tố cần tìm ta có thể dùng hệ thống câu hỏi:

Hỏi : “ Muốn tính được đại lượng X ta cần tính được những đại lượng nào?”

Trả lời : “Muốn tính được X ta cần tính được X_1 ”

Hỏi : “Muốn tính được X_1 ta cần tính được đại lượng nào?”

.....

Bước 2: Trình bày lời giải

Bước 3: Rút ra những bài học kinh nghiệm, những điểm cần chú ý

Để giải các bài tập tính toán, cần sử dụng hai kỹ năng tính toán cơ bản là tính trực tiếp hoặc tính gián tiếp.

Tính trực tiếp một đại lượng hình học nào đó là thiết lập biểu thức liên quan trực tiếp tới đại lượng cần tìm, xác định các đại lượng trung gian có trong biểu thức, từ đó suy ra đại lượng cần tìm.

Tính gián tiếp là biện pháp tính các đại lượng trung gian rồi thông qua đại lượng trung gian đó, xác định được đại lượng cần tìm.

Cấu trúc của phần này như sau:

1. Một số bài toán mở đầu

Chú ý: Khi tính độ dài đoạn thẳng, ta có thể chia đoạn thẳng cần tính thành nhiều đoạn thẳng và tính độ dài của từng đoạn thẳng đó.

Trong các bài toán tính toán, có một bộ phận không nhỏ các bài toán tính diện tích thiết diện. Để giải được dạng toán này, đòi hỏi học sinh phải có kỹ năng xác định thiết diện tốt. Để tính được diện tích thiết diện một cách thuận lợi cần xác định hình dạng thiết diện.

Trong một số bài tập tính diện tích thiết diện, ta có thể tính theo hai cách:

Cách 1: Tìm diện tích đa giác chứa thiết diện rồi trừ đi diện tích của những đa giác trung gian.

Cách 2: Tính trực tiếp: Chia diện tích đa giác cần tính thành diện tích những đa giác thành phần.

Đối với bài toán về diện tích thiết diện, ta có thể gặp bài toán về cực trị hình học. Để giải được bài toán dạng này, cần phải tính diện tích thiết diện theo các đại lượng biến thiên rồi thiết lập bất đẳng thức hoặc lập bảng biến thiên cho biểu thức của diện tích. Điều quan trọng là phải xác định được điều kiện của ẩn số.

Khi xác định thiết diện của hình đa diện với một mặt phẳng nào đó, các giao điểm của mặt phẳng với các cạnh của hình đa diện chia cạnh đó thành hai đoạn. Ta thường gặp các bài toán tính tỷ số độ dài các đoạn do thiết diện chia cạnh của đa diện. Khi giải các bài toán tính tỷ số, ta thường tìm cách tạo ra các yếu tố song song hoặc đưa các đoạn thẳng trong tỷ số vào các tam giác đồng dạng.

2. Các bài toán áp dụng

Ví dụ:

Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$ cạnh a . N, P, Q theo thứ tự là trung điểm các cạnh $BC, CC', C'D'$. Tìm diện tích thiết diện do (MNP) cắt hình lập phương.

Hướng dẫn:

Bước 1: Hướng dẫn HS phân tích bài toán

- Xác định hình dạng thiết diện?
- Tính diện tích thiết diện nhờ tam giác EHK và các tam giác ERQ, HSM, KPN hoặc chia diện tích cần tính thành các diện tích có công thức tính

Bước 2: Trình bày lời giải

Ta có: PQ cắt CD và DD' theo thứ tự tại K, E . NK cắt AB và AD theo thứ tự tại M và H . HE cắt $AA', A'D'$ theo thứ tự tại S và R .

Thiết diện là lục giác $MNPQRS$. Ta chứng minh thiết diện là lục giác đều

Thật vậy, ta dễ dàng chứng minh các tam giác vuông $ED'Q, QC'P, PCK$ bằng nhau. Do đó: $CK = D'E = CP = \frac{1}{2}a$

Cũng dễ dàng chứng minh $BM = AM = AH = \frac{1}{2}a$

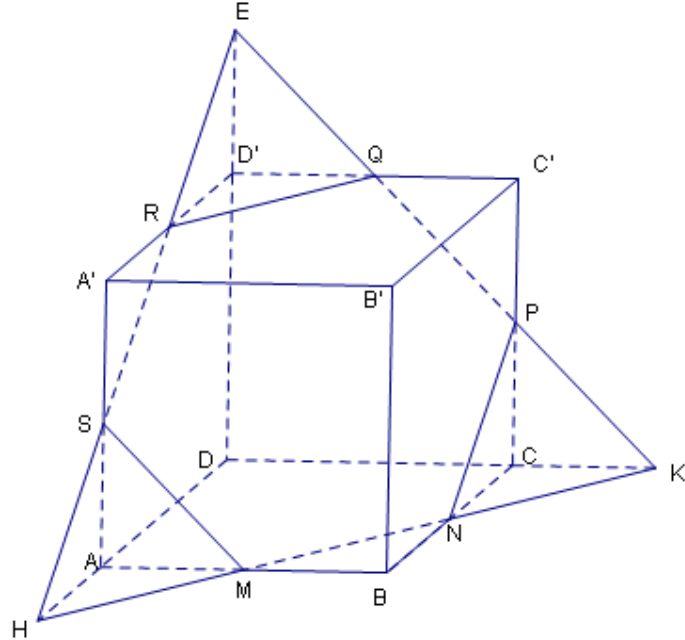
Mặt khác, các tam giác vuông AHS, D'ER bằng nhau, suy ra S và R là trung điểm các cạnh AA', A'D'. Do đó các đỉnh của hình lục giác là trung điểm các cạnh hình lập phương và mỗi cạnh của lục giác bằng nửa đường chéo hình vuông, bằng $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Cũng theo các chứng minh trên, các tam giác ERQ, SHM, PNK là các tam giác đều bằng nhau, do đó :

$$ERQ = EQR = HSM = \dots = 60^\circ$$

$$\Rightarrow SRQ = RQP = RSM = \dots = 120^\circ$$

Vậy thiết diện là lục giác đều.



$$\text{Ta có: } S_{MNPQRS} = 6S_{OMN} = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot OM \cdot ON \cdot \sin 60^\circ = 3 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Cách 2: } S_{MNPQRS} = S_{EHK} - 3S_{REQ}$$

2.5. Biện pháp 5: Rèn luyện kỹ năng tìm tập hợp điểm

Bài toán tìm tập hợp điểm là bài toán khó đối với HS. Đứng trước bài toán tìm tập hợp điểm, HS thường không biết tìm mối liên hệ giữa yếu tố di động với các yếu tố cố định, không đổi của bài toán. Một khó khăn nữa của HS là không phân biệt rõ ràng các nhiệm vụ cần giải quyết trong từng phần của bài toán quỹ tích. Cụ thể:

Phân thuận: Cần chỉ ra các điểm M di động thỏa mãn tính chất T nằm trên hình (H).

Giới hạn: Từ vị trí của các yếu tố di động trong bài toán, tìm giới hạn của quỹ tích.

Phản đảo: Cần chỉ ra các điểm thuộc hình (H) có tính chất T

Để khắc phục những khó khăn của học sinh, biện pháp chúng tôi đưa ra là: Đưa ra các ví dụ cụ thể, rồi tập luyện cho HS vận dụng giải bài tập tương tự. Hình thành các bài toán mẫu cũng như đưa ra các phương pháp cụ thể cho từng loại bài

toán là việc làm rất cần thiết của giáo viên. Từ đó học sinh mới có thể giải được bài toán tương tự. Để làm được điều đó, trong từng bài cụ thể, chúng tôi thực hiện tiến trình bài giảng theo các bước sau:

Bước 1: Hướng dẫn HS tìm đường lối giải

Yêu cầu HS xác định rõ yếu tố cố định, không đổi của bài toán, xác định các yếu tố di động của bài toán, từ đó đưa ra dự đoán về tập hợp điểm cần tìm. Cần kết hợp với các phần mềm dạy học để hỗ trợ HS trong dự đoán và tìm giới hạn quỹ tích. Trong chương này, bài toán tìm tập hợp điểm cũng chỉ hạn chế là đường thẳng, mặt phẳng hoặc một phần của chúng, đây cũng là một cơ sở để giúp HS dự đoán về tập hợp điểm được dễ dàng hơn.

Bước 2: Hướng dẫn HS trình bày lời giải

Bước 3: Những bài học kinh nghiệm, những điểm cần chú ý

Cấu trúc của phần này như sau:

1. Các bài toán mở đầu

Để tìm tập hợp giao điểm của hai đường thẳng phân biệt, ta tìm hai mặt phẳng cố định lần lượt đi qua hai đường thẳng đó. Ngoài các yếu tố cố định sẵn có trong đề bài, nhiều khi phải tạo thêm các yếu tố cố định khác. Để tạo ra một điểm cố định, có thể lấy trung điểm của đoạn thẳng cố định hoặc điểm chia đoạn thẳng đó theo một tỷ số không đổi, hoặc là giao điểm của hai đường thẳng cố định...

Để tìm tập hợp điểm trong không gian, ta có thể đưa điểm cần tìm tập hợp điểm vào trong một mặt phẳng cố định và sử dụng các tập hợp điểm cơ bản của mặt phẳng.

2. Các bài toán áp dụng

Tiểu kết chương 2

Chương này trình bày một số biện pháp sư phạm nhằm rèn luyện kỹ năng giải toán hình học không gian thông qua hệ thống bài tập được sắp xếp theo trình tự từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp.

Các biện pháp chủ yếu là:

- Rèn luyện kỹ năng tìm tòi lời giải theo 4 bước giải toán của Pôlya

- Rèn luyện kỹ năng xác định hình: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng phân biệt, xác định giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng, xác định thiết diện.

- Rèn luyện kỹ năng chứng minh

- Rèn luyện kỹ năng tính toán

- Rèn luyện kỹ năng tìm tập hợp điểm

Những biện pháp đã đề xuất chẳng những củng cố kiến thức cơ bản về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song mà quan trọng hơn là rèn luyện được kỹ năng giải toán cho học sinh thông qua hệ thống gồm 32 ví dụ và 29 bài tập áp dụng. Qua đó HS vừa được trang bị tri thức phương pháp vừa được rèn luyện những kỹ năng hình học cơ bản.

Chương 3: THỬ NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích, nhiệm vụ thử nghiệm sư phạm

Thử nghiệm sư phạm nhằm kiểm định giả thuyết khoa học, đánh giá tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã đề xuất qua dạy học về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song.

Từ đó nhiệm vụ thử nghiệm sư phạm là:

- Biên soạn tài liệu và dạy thử nghiệm một số tiết học theo định hướng của luận văn.
- Đánh giá kết quả thử nghiệm theo hai phương diện: tính khả thi (cách sử dụng, cách nhận biết, phạm vi sử dụng), tính hiệu quả (xét theo tiêu chuẩn của giờ dạy theo phương án đã đề xuất).

3.2. Tiến trình thử nghiệm

Thử nghiệm sư phạm được tiến hành trong khoảng thời gian từ tháng 11 đến tháng 1 năm học 2008-2009.

- Chọn lớp thử nghiệm: Vì nội dung luận văn là rèn luyện kỹ năng giải bài tập hình học không gian nên chúng tôi chọn 2 lớp 11TN4; 11TN7 (năm học 2008-2009), trường THPT Văn Giang - Hưng Yên. Trong đó lớp thử nghiệm là lớp 11TN4, lớp đối chứng là lớp 11TN7, cả hai lớp này đều là lớp học theo chương trình nâng cao của trường và đều có kết quả học tập tương đương nhau.

3.3. Nội dung thử nghiệm

Thử nghiệm dạy học 12 tiết của chương đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song (chủ yếu là tiết bài tập). Các tiết dạy thử nghiệm đều có giáo án cụ thể.

Chúng tôi đã vận dụng một số phương pháp dạy học theo hướng phát huy tính tích cực của HS như phương pháp dạy học khám phá, phương pháp phát hiện và giải quyết vấn đề ... kết hợp với sử dụng công nghệ thông tin. Theo hướng này thì giáo viên đóng vai trò là người tổ chức và điều khiển học sinh thực hiện nội dung thử nghiệm.

Để phát huy tính sáng tạo trong học tập của HS, GV chuẩn bị trước hệ thống bài tập sắp xếp theo dạng, hệ thống câu hỏi, các bài toán và những gợi ý ghi vào phiếu học tập.

Vì khuôn khổ của luận văn có hạn, chúng tôi chỉ đưa ra một bài soạn chi tiết để minh họa.

3.4. Kết quả thử nghiệm và những kết luận rút ra từ thử nghiệm

+ Về khả năng lĩnh hội kiến thức của HS

Mức độ khó khăn được thể hiện qua hệ thống bài tập là phù hợp với trình độ nhận thức của HS lớp 11.

Nhìn chung HS có khả năng tiếp nhận và nắm được cách giải các dạng bài toán về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song. HS có thể tự giải được một số bài trong hệ thống bài tập trên. Còn một số HS chưa làm được thì sau khi có sự gợi ý của GV, một số em đã giải được.

Các tình huống gợi vấn đề, các biện pháp sư phạm được xây dựng trong luận văn đã góp phần tạo hứng thú cho HS, lôi cuốn HS vào quá trình tìm hiểu, giải quyết các bài toán. HS từ chỗ chưa có được phương pháp học hình không gian, chưa biết cách suy luận để giải các bài tập hình không gian, qua quá trình học tập theo định hướng của luận văn đã có được những kỹ năng cơ bản và phương pháp học tập. Từ chỗ rất sợ học hình không gian, các em đã tìm được hứng thú trong học tập và các bài tập hình không gian không còn là nỗi ám ảnh đối với các em nữa.

Sau đợt thử nghiệm, HS đã có những kỹ năng cơ bản về xác định hình, về tính

toán, chứng minh, tìm tập hợp điểm ..., qua đó HS phát triển khả năng tư duy độc lập, tích cực và sáng tạo.

+ Về kết quả kiểm tra

Trong đợt thử nghiệm chúng tôi cho HS làm bài kiểm tra. Sau đây là kết quả bài kiểm tra

Kết quả kiểm tra

Điểm Lớp	3	4	5	6	7	8	9	10	Số bài
11TN4 (Lớp TN)	1	2	4	9	12	9	7	4	48
11TN7 (Lớp ĐC)	5	8	12	10	8	3	1	1	48

Lớp 11TN4 có 93,8% HS đạt điểm trên trung bình, trong đó có 66,7% đạt điểm khá giỏi.

Lớp 11TN7 có 72,9% HS đạt điểm trên trung bình, trong đó có 27% đạt điểm khá giỏi.

Nhìn chung các em HS ở lớp 11TN4 đã nắm vững và vận dụng tương đối tốt các kỹ năng giải toán. Một số em có lời giải khá hay và sáng tạo.

Qua kết quả thử nghiệm ta thấy: Nếu vận dụng các biện pháp rèn luyện kỹ năng đã nêu trong luận văn thì

- Có khả năng tạo được môi trường cho HS học được cách tự khám phá, tự phát hiện và giải quyết các vấn đề của hình học không gian.
- Có khả năng góp phần phát triển tư duy toán học cho HS.

KẾT LUẬN

Quá trình nghiên cứu của đề tài đã dẫn đến kết quả và những đóng góp chủ yếu sau:

1. Làm sáng tỏ khái niệm kỹ năng và kỹ năng giải toán, đặc điểm kỹ năng, sự hình thành kỹ năng, các yêu cầu và biện pháp rèn luyện kỹ năng giải toán, đặc biệt là kỹ năng giải các dạng bài tập của chương đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song.

2. Đề xuất những định hướng sư phạm và các biện pháp sư phạm phù hợp với định hướng đổi mới phương pháp dạy học hiện nay để hình thành và phát triển một số kỹ năng, đồng thời đưa ra những chú ý cần thiết để hướng dẫn thực hiện mỗi biện pháp.

Biện pháp 1: Rèn luyện kỹ năng tìm tòi lời giải theo 4 bước giải toán của Pôlya

Biện pháp 2: Rèn luyện kỹ năng xác định hình

Biện pháp 3: Rèn luyện kỹ năng chứng minh

Biện pháp 4: Rèn luyện kỹ năng tính toán

Biện pháp 5: Rèn luyện kỹ năng tìm tập hợp điểm

3. Làm rõ tiềm năng phát triển kỹ năng giải một số loại toán. Cung cấp những kỹ năng cần thiết để giải một số loại toán về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song, đồng thời cung cấp những kỹ năng cần thiết để giải các bài toán hình học không gian nói chung.

4. Những kết quả thu được qua thử nghiệm sư phạm cùng những biện pháp sư phạm trong thực tiễn dạy học của bản thân tác giả đã minh họa được tính khả thi và hiệu quả của những biện pháp đã đề xuất. Qua tiết dạy thực nghiệm, học sinh được hoạt động, tư duy sáng tạo của cả cá nhân và nhóm được phát huy.

5. Các kết quả của luận văn có thể dùng làm tài liệu tham khảo cho giáo viên và học sinh trong dạy và học hình học không gian, đặc biệt là dùng làm tài liệu để luyện thi đại học.

Toàn bộ những kết quả trên cho thấy nhiệm vụ nghiên cứu của luận văn đã được hoàn thành, giả thuyết khoa học đặt ra trong luận văn đã được khẳng định. Tuy nhiên trong quá trình nghiên cứu không tránh khỏi những thiếu sót, rất mong nhận được sự đóng góp của thầy cô và các bạn đồng nghiệp để luận văn được hoàn thiện hơn.