

THỰC HIỆN CHUYỂN ĐỘNG CHƯƠNG TRÌNH NHỜ CHUYỂN ĐỘNG TƯƠNG ĐỐI

GS TSKH Đỗ Sanh, ThS Đỗ Đăng Khoa
Đại học Bách Khoa Hà Nội

Tóm tắt: Một trong những phương pháp điều khiển chuyển động chương trình của vật chuyển động (ví dụ vật bay) là sử dụng một hệ con được đặt bên trong nó. Hoạt động của hệ con (chuyển động tương đối) có thể điều khiển vật chuyển động. Đã thiết lập điều kiện động lực nhờ nó xác định được các điều khiển cần thiết tác dụng lên vật chuyển động để chương trình yêu cầu đối với nó được thực hiện.

1. Mở đầu

Phương pháp điều khiển chuyển động của các vật chuyển động (thí dụ vật bay) nhờ chuyển động tương đối đã được đề cập đến nhiều công trình, thí dụ trong [8]. Như đã biết, để điều khiển các vật chuyển động, sau đây chúng được gọi là các đối tượng được điều khiển, có thể tác động trực tiếp lên nó các yếu tố động lực (lực hoặc ngẫu lực) được gọi là các điều khiển, hoặc nhờ chuyển động của các vật (được gọi là các phương tiện điều khiển) được đặt bên trong đối tượng được điều khiển. Theo quan điểm cơ học, sử dụng các chuyển động tương đối của vật “được mang” để điều khiển chuyển động của các “vật mang” (chuyển động theo) [7].

Phương pháp thứ nhất được gọi là điều khiển tích cực, còn phương pháp thứ hai - điều khiển thụ động.

Điều khiển chương trình là yêu cầu các đối tượng được điều khiển thực hiện các chương trình cho trước. Đó là các hệ thức giữa các tọa độ của đối tượng điều khiển và thời gian (điều khiển vị trí). Trong trường hợp tổng quát các hệ thức này (các chương trình chuyển động) có thể chứa cả yếu tố vận tốc của các đối tượng điều khiển. Đứng về quan điểm hình học việc xây dựng chuyển động chương trình là cấu trúc đáng điều quỹ đạo của các đối tượng được điều khiển.

Trong bài báo này chỉ đề cập đến điều khiển vị trí, tức chương trình chuyển động là các hệ thức giữa các thông số vị trí của đối tượng được điều khiển và thời gian, chúng có dạng:

$$f_{\alpha}(t, q_1, q_2, \dots, q_n) = 0; \quad \alpha = \overline{1, r} \leq n \quad (1-1)$$

Trong đó các q_i ($i = \overline{1, r}$) là các tọa độ suy rộng của đối tượng được điều khiển, f_{α} được giả thiết là hàm liên tục trong miền khảo sát, có các đạo hàm liên tục đến cấp hai. Ngoài ra, ma trận:

$$\left\| \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial q_i} \right\| \quad (1-2)$$

có hạng r

Điều kiện (1-2) đảm bảo các hệ thức (1-1) độc lập đối với nhau.

Trong trường hợp $r = n$ chương trình được gọi là hoàn toàn, còn khi $r < n$ - chương trình không hoàn toàn.

Đối với phương pháp điều khiển tích cực cần tạo ra các yếu tố điều khiển tác dụng trực tiếp lên đối tượng được điều khiển. Để thực hiện điều này người ta thường sử dụng phương pháp của cơ học giải tích [1, 2, 3, 4, 5, 6] ở đó, các chương trình được xem là các liên kết cơ học (liên kết chương trình) [2, 3, 4, 5], còn các yếu tố điều khiển chính là phản lực của các liên kết đó. Như vậy theo phương pháp này cần xác định các phản lực liên kết, ví dụ, sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange. Cần nhấn mạnh rằng phương pháp nhân tử Lagrange áp dụng được chỉ đối với các liên kết lí tưởng theo ý nghĩa cơ học [2].

Khi mà việc tạo nên các yếu tố điều khiển tác dụng trực tiếp lên đối tượng được điều khiển là không thể hoặc khó thực hiện thì có thể sử dụng phương pháp thứ hai – phương pháp điều khiển thụ động. Theo phương pháp này thì trong đối tượng được điều khiển người ta đặt một hệ con (phương tiện điều khiển), ví dụ, các gyroscope, mà nhờ chuyển động của nó làm cho đối tượng được điều khiển thực hiện chuyển động chương trình yêu cầu.

Liên quan đến phương pháp này, trong bài báo xây dựng các điều kiện đối với các yếu tố điều khiển chỉ tác dụng lên phương tiện điều khiển (điều khiển chuyển động tương đối) để đối tượng được điều khiển thực hiện chuyển động chương trình đã cho. Các điều kiện này được gọi là các điều kiện động lực để thực hiện các chuyển động chương trình. Nói cách khác, từ các điều kiện động lực này có thể xác định các yếu tố điều khiển để điều khiển các phương tiện điều khiển (luật điều khiển chuyển động tương đối) nhờ đó chuyển động chương trình yêu cầu được thực hiện.

2. Khảo sát bài toán điều khiển bằng chuyển động tương đối

Giả sử có một đối tượng được điều khiển, vị trí của nó được xác định bằng các tọa độ suy rộng q_i ($i = \overline{1, r}$) lực suy rộng ứng với tọa độ suy rộng q_i được kí hiệu là Q_i ($i = \overline{1, r}$), nó là hàm của thời gian, tọa độ và vận tốc suy rộng, tức $Q_i = Q_i(t, q_i, \dot{q}_i)$ ($i = \overline{1, n}$)

Chuyển động của đối tượng không điều khiển được mô tả bởi các phương trình Lagrange loại hai:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T^0}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T^0}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (2-1)$$

Trong đó $T^0 = T^0(q_i, \dot{q}_i)$ là động năng của đối tượng được điều khiển.

Nghiệm của phương trình (2-1) với điều kiện đầu xác định mô tả chuyển động của đối tượng chưa được điều khiển.

Giả sử đối tượng cần thực hiện chuyển động chương trình (1-1). Chuyển động (2-1) không thể thỏa mãn chương trình (1-1). Để đối tượng thực hiện chuyển động chương trình (1-1) trong trường hợp không thể tác dụng trực tiếp lên nó các yếu tố động lực người ta đặt bên trong nó một hệ con mà vị trí của nó đối với đối tượng được điều khiển được xác định nhờ các tọa độ suy rộng ξ_j ($j = \overline{1, m}$) (các tọa độ suy rộng tương đối)

Bằng cách này ta có một cơ hệ gồm đối tượng được điều khiển và phương tiện điều khiển, vị trí của nó được xác định bằng các tọa độ suy rộng q_i, ξ_j ($i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}$). Gọi T là động năng của cơ hệ này, bằng tổng động năng của đối tượng được điều khiển và phương tiện điều khiển và Q_i là lực suy rộng ứng với các tọa độ suy rộng q_i ($i = \overline{1, n}$) và Φ_j là lực suy rộng ứng với các tọa độ suy rộng ξ_j ($j = \overline{1, m}$). Cần chú ý rằng các đại lượng T, Q_i, Φ_j chứa tọa độ suy rộng và vận tốc suy rộng của cả đối tượng được điều khiển và phương tiện điều khiển, nghĩa là chứa $q_i, \dot{q}_i, \xi_j, \dot{\xi}_j$ tức

$$T = T(q_i, \dot{q}_i, \xi_j, \dot{\xi}_j) \quad (2-2)$$

Phương trình chuyển động của cơ hệ có dạng:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (2-3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial \xi_j} = \Phi_j + u_j, \quad j = \overline{1, m} \quad (2-4)$$

Trong đó u_j ($j = \overline{1, m}$) là các yếu tố điều khiển tác dụng lên phương tiện điều khiển để đối tượng được điều khiển thực hiện chuyển động chương trình (1-1), nó có thể được viết trong dạng sau:

$$\sum f_{\alpha i} \dot{q}_i + \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} = 0 \quad (2-5)$$

$$\sum f_{\alpha i} \ddot{q}_i + f_{\alpha}^0 = 0 \quad (2-6)$$

Trong đó:

$$f_{\alpha i} = \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial q_i}; f_{\alpha}^0 = \frac{\partial^2 f_{\alpha}}{\partial t^2} + \sum_{i,k=1}^n \frac{\partial^2 f_{\alpha}}{\partial q_i \partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_k$$

Chú ý rằng các hàm $f_{\alpha i}$, f_{α}^0 là hàm chứa thời gian t và các tọa độ và vận tốc suy rộng q_i , $\dot{q}_i$ nhưng không chứa các tọa độ suy rộng và vận tốc suy rộng ξ_j , $\dot{\xi}_j$.

Từ (2-2) và (2-3) ta nhận được:

$$\dot{q}_i = \sum_{j=1}^m h_{ij} u_j + d_i \quad i = \overline{1, n} \quad (2-7)$$

Trong đó h_{ij} , d_i là các hàm của q_i , $\dot{q}_i$, ξ_j , $\dot{\xi}_j$ và t .

Khi thay (2-7) vào (2-5) ta nhận được

$$\sum_{j=1}^m F_{\alpha j} u_j + F_{\alpha} = 0 \quad \alpha = \overline{1, r} \quad (2-8)$$

Trong đó $F_{\alpha j}$, F_{α} là các hàm chứa q_i , $\dot{q}_i$, ξ_j , $\dot{\xi}_j$ và t .

Các điều khiển u_j ($j = \overline{1, m}$) thỏa mãn (2-8) sẽ thỏa mãn yêu cầu bài toán đặt ra tức là đối tượng được điều khiển thực hiện chuyển động chương trình (1-1)

Do (1-2) nên $\|F_{\alpha j}\|$ cũng có hạng r và từ (2-8) tính được các điều khiển u_j (t , q_i , $\dot{q}_i$, ξ_j , $\dot{\xi}_j$) thỏa mãn yêu cầu của bài toán đặt ra.

Để bài toán xác định, phương tiện điều khiển được chọn là một cơ hệ có thứ nguyên r (tức $m = r$). Nếu do một điều kiện nào đó phải chọn thứ nguyên của phương tiện điều khiển lớn hơn thứ nguyên của đa tạp chương trình thì phải bổ sung các yêu cầu phụ đặt lên các yếu tố điều khiển u_j ($j = \overline{1, m} > r$), ví dụ, điều kiện chọn các yếu tố điều khiển làm tối thiểu tiêu chuẩn năng lượng, tức:

$$\int_0^T \sum_{j=1}^m u_j^2 dt \rightarrow \min \quad (2-9)$$

Trong trường hợp phương tiện điều khiển có thứ nguyên bằng thứ nguyên của đa tạp chuyển động chương trình ($m = r$), còn đa tạp chương trình có thứ nguyên bé hơn thứ nguyên của đối tượng được điều khiển (tức $r = m < n$) thì các điều khiển u_{α}

$$u_{\alpha} = u_{\alpha}(t, q_i, \dot{q}_i, \xi_j, \dot{\xi}_j); \quad \alpha = \overline{1, r}; \quad (2-10)$$

được xác định từ (2-8) phụ thuộc ngoài các thông số động học của phương tiện điều khiển (ξ_j , $\dot{\xi}_j$) còn phụ thuộc vào các thông số động học của đối tượng được điều khiển (q_i , $\dot{q}_i$). Chúng được xác định khi tích phân hệ phương trình (2-2) và (2-3). Đó là:

$$q_i = q_i(t); \quad \xi_j = \xi_j(t) \quad (2-11)$$

Khi thay (2-11) vào (2-10) ta nhận được

$$u_\alpha = u_\alpha(t, q_i(t), \dot{q}_i(t), \xi_j(t), \dot{\xi}_j(t)) \quad (2-12)$$

Điều này có nghĩa là các yếu tố điều khiển (2-12) tác dụng lên phương tiện điều khiển phụ thuộc vào chuyển động của đối tượng được điều khiển

Để điều khiển u_α ($\alpha = \overline{1, r}$) được xác định từ (2-8) không phụ thuộc vào chuyển động của đối tượng được điều khiển, ta xét trường hợp chương trình điều khiển là hoàn toàn, tức $r = n$, tức thứ nguyên của đa tạp của chương trình chuyển động bằng thứ nguyên của đối tượng được điều khiển. Nhờ điều kiện này từ chương trình chuyển động ta tính được

$$q_i = q_i(t), \dot{q}_i = \dot{q}_i(t) : i = \overline{1, n} \quad (2-13)$$

là hàm đã biết của thời gian

Thay (2-13) vào (2-2), động năng của cơ hệ gồm đối tượng được điều khiển và phương tiện điều khiển sẽ có dạng:

$$T = T(q_i(t), \dot{q}_i(t), \xi_j, \dot{\xi}_j) \equiv T^*(t, \xi_j, \dot{\xi}_j) \quad (2-14)$$

Phương trình chuyển động của hệ sẽ là

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T^*}{\partial \dot{\xi}_j} - \frac{\partial T^*}{\partial \xi_j} = Q_j^* + u_j^* \quad (2-15)$$

$$\text{Trong đó} \quad Q_j^* = Q_j(t, q_i(t), \dot{q}_i(t), \xi_j, \dot{\xi}_j) \quad (2-16)$$

Còn u_j^* là nghiệm của các phương trình (2-8) trong đó

$$u_i^* = u_i(t, q_i(t), \dot{q}_i(t), \xi_j, \dot{\xi}_j)$$

Từ hệ phương trình (2-15) (2-16) (2-17) với điều kiện đầu xác định ta tính được:

$$\xi_j = \xi_j(t) \quad (2-17)$$

Nó là quy luật chuyển động của phương tiện điều khiển để đối tượng được điều khiển thực hiện chuyển động chương trình (1-1). Cần nhấn mạnh là quy luật điều khiển (2-17) khác với quy luật điều khiển (2-12) ở chỗ là quy luật (2-12) phụ thuộc vào chuyển động của đối tượng điều khiển. Còn quy luật (2-17) không phụ thuộc vào đối tượng điều khiển. Đó là sự khác biệt giữa chuyển động chương trình không hoàn toàn và chuyển động chương trình hoàn toàn.

Phương trình (2-8) được gọi là điều kiện động lực để thực hiện chuyển động chương trình (1-1)

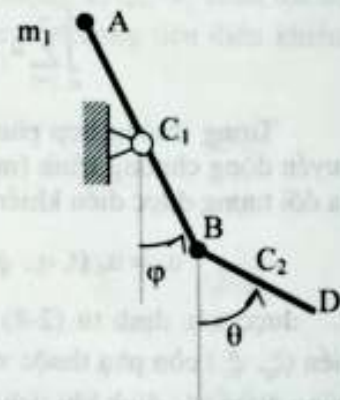
3. Thí dụ

Với mục đích minh họa ta khảo sát một thanh thẳng đứng đồng chất có chiều dài $2L_1$, tại đầu A có gắn một chất điểm có khối lượng m_1 . Tìm điều khiển u để thanh AB luôn ở vị trí thẳng đứng.

Yêu cầu của bài toán tương đương với thực hiện chuyển động chương trình dạng:

$$\varphi = 0; \dot{\varphi} = 0; \ddot{\varphi} = 0 \quad (a)$$

Để thực hiện chương trình (a) ta lắp con lắc có trục tại B. Con lắc BD đồng chất có chiều dài $2L_2$ và khối lượng là m_2 .



Momen quán tính của các thanh AB và BD đối với trục qua khối tâm kí hiệu lần lượt là J_1^0, J_2^0 . Tác dụng lên con lắc momen điều khiển u .

Chọn tọa độ suy rộng của hệ là φ, θ trong đó φ là góc giữa AB và phương thẳng đứng, θ là góc giữa AB và phương BD.

Biểu thức động năng của hệ có dạng :

$$T = \frac{1}{2} (J_1 + 2 m_2 L_1 L_2 \cos \theta) \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}^2 + (J_2 + m_2 L_1 L_2 \cos \theta) \dot{\varphi} \dot{\theta} \quad (b)$$

$$\text{Trong đó : } J_2 = J_2^0 + m_2 L_2^2 ; J_1 = J_1^0 + (m_1 + m_2) L_1^2 \quad (c)$$

Thế năng của hệ có biểu thức:

$$\Pi = m_1 g L_1 \cos \varphi - m_2 g [L_1 \cos \varphi + L_2 \cos(\varphi + \theta)] \quad (d)$$

Giả sử tác dụng lên con lắc ngẫu lực u

Lực suy rộng ứng với các tọa độ suy rộng φ và θ sẽ là

$$Q_\varphi = m_1 g L_1 \sin \varphi - m_2 g [L_1 \sin \varphi + L_2 \sin(\varphi + \theta)] \quad (e)$$

$$Q_\theta = -m_2 g L_2 \sin(\varphi + \theta) + u. \quad (f)$$

Để thực hiện chuyển động chương trình (a) cần tác dụng lên con lắc mômen điều khiển u dạng:

$$u = \frac{m_2 L_1 L_2 \sin \theta (J_2^0 \ddot{\theta}^2 + m_2 g L_2 \cos \theta)}{J_2^0 + m_2 L_1 L_2 \cos \theta} \quad (g)$$

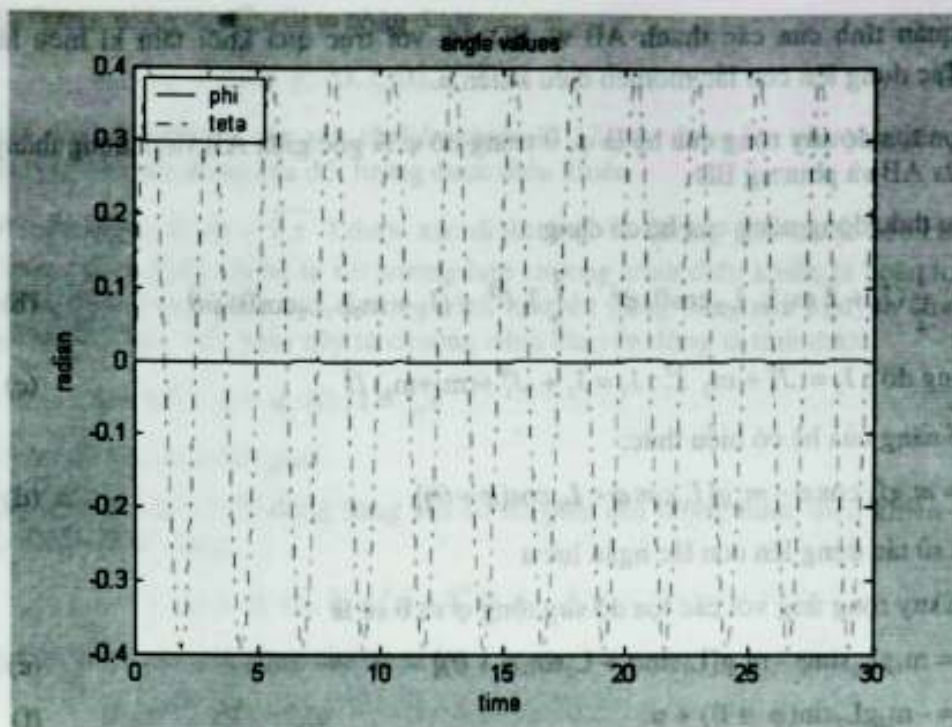
Lúc đó cơ hệ có phương trình chuyển động dạng:

$$(J_2 + m_2 L_1 L_2 \cos \theta) \ddot{\theta} = -m_2 g L_2 \sin \theta + m_2 L_1 L_2 \sin \theta \dot{\theta}^2 \quad (h)$$

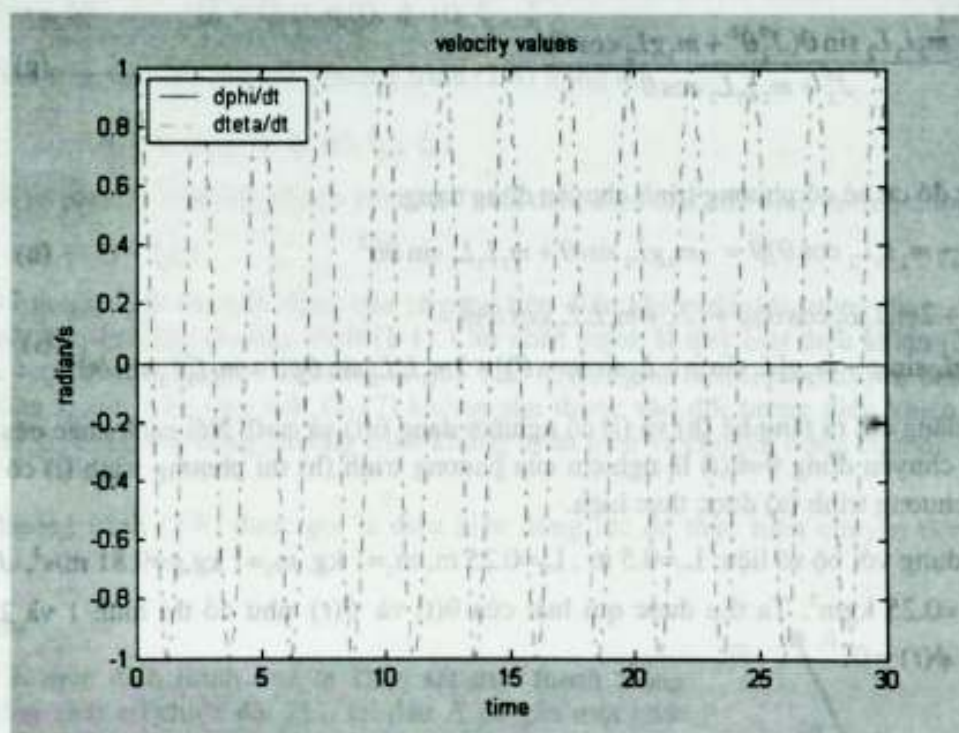
$$(J_1 + 2m_2 L_1 L_2 \cos \theta) \ddot{\varphi} + (J_2 + m_2 L_1 L_2 \cos \theta) \ddot{\theta} = m_1 g L_1 \sin \varphi - m_2 g [L_1 \sin \varphi + L_2 \sin(\varphi + \theta)] + 2m_2 L_1 L_2 \sin \theta \dot{\varphi} \dot{\theta} + m_2 L_1 L_2 \sin \theta \dot{\theta}^2 \quad (i)$$

Dễ dàng chỉ ra rằng hệ (h) và (i) có nghiệm dạng $\theta(t)$ và $\varphi=0$. Nói cách khác nếu con lắc thực hiện chuyển động $\theta=\theta(t)$ là nghiệm của phương trình (h) thì phương trình (i) có nghiệm $\varphi=0$, tức chương trình (a) được thực hiện.

Áp dụng với bộ số liệu: $L_1=0.5$ m, $L_2=0.25$ m, $m_1=1$ kg, $m_2=1$ kg, $g=9.81$ m/s², $J_1^0=0.75$ kgm², $J_2^0=0.25$ kgm². Ta thu được qui luật của $\theta(t)$ và $\dot{\theta}(t)$ như đồ thị hình 1 và 2 để cho $\varphi(t)=0$ và $\dot{\varphi}(t)=0$.



Đồ thị 1



Đồ thị 2

4. Kết luận

Trong báo cáo đã đề xuất một phương pháp sử dụng chuyển động tương đối để thực hiện chuyển động chương trình là chuyển động của hệ mang (đối tượng điều khiển). Lẽ dĩ nhiên về mặt lý thuyết có thể đặt vấn đề tổng quát hơn là xây dựng chuyển động chương trình là chuyển động tương đối nhờ các điều khiển tác dụng lên hệ mang.

Tuy nhiên từ các khảo sát bằng phương pháp số cho thấy rằng các điều khiển được xây dựng rất khó đảm bảo sự ổn định của chuyển động chương trình. Đó là còn chưa kể tới khó khăn trong việc tạo nên các điều khiển về mặt kỹ thuật. Công trình này được hoàn thành với sự tài trợ của Chương trình nghiên cứu cơ bản trong khoa học tự nhiên.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Dobronravov v.v., *Cơ sở cơ học của các hệ không holo-nom*, NXB "Vushaja Skola" Moskva, 1970 (tiếng Nga)
2. Đỗ Sanh, *Chuyển động của các hệ chịu liên kết*, Luận án TSKH, Đại học Bách Khoa Hà Nội, Hà Nội, 1984
3. Galiunlin A.C., và các tác giả khác, *Xây dựng hệ các chuyển động chương trình*, NXB "Nauka", Moskva, 1971 (tiếng Nga)
4. Gutowxki R., *Analytical Mechanics*, Publ. "WNT", Varsaw, 1995
5. Kirghetov V.I., *Về chuyển động của các cơ hệ được điều khiển với liên kết quy ước*, PMM, 1967, N°3 (tiếng Nga)
6. Korenev G. V., *Mục tiêu và tương thích chuyển động*, NXB "Nauka" Moskva, 1974
7. Lurie A.I. *Cơ học giải tích*, NXB "Fizmat" Moskva, 1961
8. Zubov V.I., *Điều khiển chuyển động và động lực học của chuyển động tương đối*, Báo cáo của Viện Hàn Lâm Khoa học Liên Xô, Moskva, 1974.

REALIZING THE PROGRAM MOTION OF A BODY BY RELATIVE MOTION

Do Sanh, Do Dang Khoa

Abstract: *The use of motion of a mechanical system contained in a moving body is one of the useful methods for controlling its program motion. In the present paper, it is established the dynamical conditions by which it is possible to calculate the controls for controlling the given program motion of the body under consideration.*