

NGHIÊN CỨU QUÁ TRÌNH FLUTTER UỐN - XOẮN CÁNH MÁY BAY

ThS Lê Hải Dũng, Trung tâm KHKT-CNQS

KS Lê Đức Đình, Quân chủng PK-KQ

Tóm tắt: Khi cánh máy bay chuyển động trong dòng khí, nếu do một nguyên nhân nào đó làm cánh lệch khỏi vị trí ban đầu, sau khi tác động bên ngoài mất đi, cánh bắt đầu dao động uốn - xoắn do tác động lẫn nhau giữa 3 lực: khí động, đàn hồi và quán tính. Khi tốc độ bay đạt tới tốc độ flutter tới hạn, năng lượng của 3 lực trên cân bằng nhau, dao động của cánh trở thành dao động điều hoà. Nếu tiếp tục tăng tốc độ bay, dao động của cánh trở thành dao động tự kích, cánh nhanh chóng bị phá huỷ. Hiện tượng này được gọi là Flutter uốn- xoắn cánh. Việc giải bài toán trên sẽ đưa về giải hệ phương trình vi phân dao động để tìm ra các thành phần chuyển vị uốn và xoắn cánh theo thời gian ở các tốc độ bay. Qua đó xác định được tốc độ flutter tới hạn, đồng thời xác định được tình trạng biến dạng và ứng suất trong kết cấu cánh ở các tốc độ bay dưới tốc độ flutter tới hạn.

1. Đặt vấn đề

Khi máy bay chuyển động với vận tốc V , dưới tác động của điều kiện làm việc, trên kết cấu máy bay sinh ra 3 nhóm lực: lực khí động, lực đàn hồi và lực quán tính. Tùy thuộc vào sự tham gia của 2 hay 3 nhóm lực này mà trên kết cấu sẽ xuất hiện các hiện tượng đàn hồi khí động (ĐHKĐ) tĩnh hay ĐHKĐ động. Trong đó flutter là hiện tượng ĐHKĐ động.

Trên thế giới, vấn đề ĐHKĐ đã được các nhà khoa học tìm hiểu ngay từ khi xuất hiện máy bay. Khi tốc độ máy bay tăng lên thì ĐHKĐ cũng ngày càng được nghiên cứu hoàn thiện nhằm nâng cao tính ổn định động và độ bền của kết cấu máy bay.

Trong bài toán này, nghiên cứu "Hiện tượng flutter uốn - xoắn cánh máy bay". Bản chất của hiện tượng flutter đó là "rung, lắc", là dao động điều hoà tự kích của cánh máy bay dưới tác dụng của dòng khí với sự xuất hiện của lực khí động bổ sung và lực khí động phụ xuất hiện trong quá trình dao động của kết cấu. Lực khí động phụ có dấu âm hướng ngược chiều với chuyển động uốn của profil cánh, nó tỷ lệ bậc nhất với tốc độ bay và đóng vai trò là lực cản dao động.

Nhiệm vụ của bài toán là biểu diễn dao động của cánh máy bay khi máy bay chuyển động với các vận tốc khác nhau, từ đó tìm được vận tốc mà máy bay không được phép vượt qua. Nếu bay vượt quá vận tốc đó, máy bay sẽ bị phá huỷ kết cấu. Vận tốc đó gọi là vận tốc tới hạn flutter.

2. Phương trình dao động của cánh máy bay

Các giả thiết khi tính toán:

- Cánh được ngàm chặt với thân, tức là nó không bị ảnh hưởng dao động của thân cũng như các kết cấu khác truyền vào.

- Coi các dao động của cánh không ảnh hưởng đến thân.

Xét cánh hình thang, dạng dầm công xôn có kích thước hữu hạn được ngàm chặt với thân, coi thân là nền cố định cứng tuyệt đối. Cánh có trục đàn hồi vuông góc với tiết diện gốc cánh, trục khí động và trục trọng tâm được bố trí như hình 1.

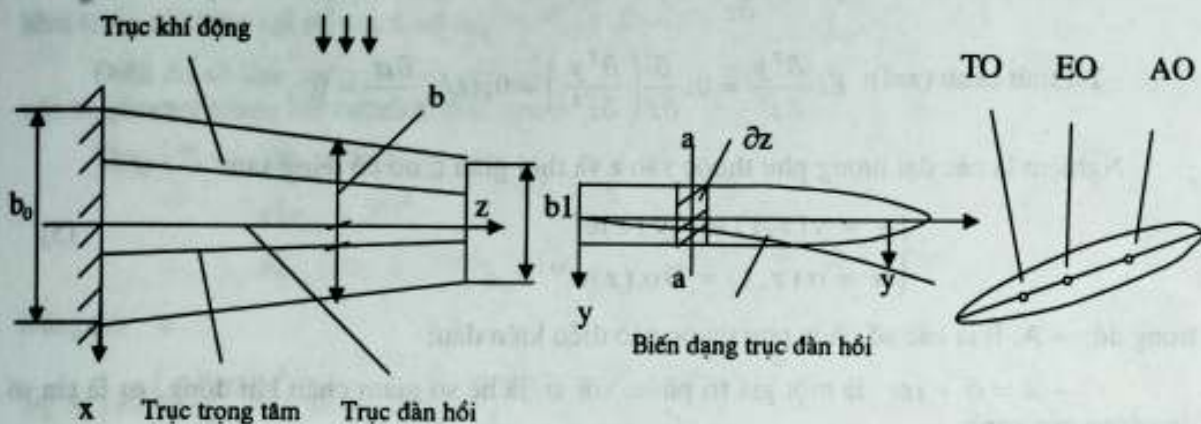
Xét phần tố dz của cánh tại tiết diện a-a. Ta có thể viết phương trình cân bằng của phần tố đàn hồi khi dao động uốn - xoắn kết hợp như sau:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) = p; \quad \frac{\partial}{\partial z} \left(GJ_k \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right) = -\bar{M}, \quad (1)$$

trong đó: p và $\bar{M}$ là tải trọng bên ngoài và mô men xoắn theo chiều dài dải cánh:

$$\begin{cases} p = -m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + m \sigma \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} - Y \\ \bar{M} = -I_m \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + m \sigma \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + M \end{cases} \quad (2)$$

V



Hình 1. Đặc trưng hình học của cánh

Với Y và M là lực nâng và mô men khí động bổ sung. Theo tài liệu [1] thì Y và M được xác định bởi biểu thức sau:

$$\begin{cases} Y = \frac{1}{4} \pi \rho V b^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \pi \rho b V \left[\frac{\partial y}{\partial t} + b \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \frac{\partial \alpha}{\partial t} + V \alpha \right] \\ M = -\frac{1}{4} \pi \rho b^3 V \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \pi \rho b^2 V \left(\bar{x}_0 - \frac{1}{4} \right) \left[\frac{\partial y}{\partial t} + b \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \frac{\partial \alpha}{\partial t} + V \alpha \right] \end{cases} \quad (3)$$

Thay (3) vào (2), rồi thay (2) vào (1), ta được hệ phương trình vi phân biểu thị dao động uốn xoắn của phân tử ∂z như sau:

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - m \sigma \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \frac{1}{4} \pi \rho V^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \pi \rho b V \left[\frac{\partial y}{\partial t} + b \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \frac{\partial \alpha}{\partial t} + V \alpha \right] \right] = 0 \\ \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(GJ_k \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right) - I_m \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + m \sigma \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{1}{4} \pi \rho b^3 V \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \pi \rho b^2 V \left(\bar{x}_0 - \frac{1}{4} \right) \left[\frac{\partial y}{\partial t} + b \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \frac{\partial \alpha}{\partial t} + V \alpha \right] \right] = 0 \end{cases} \quad (4)$$

trong đó : - EI và GJ_k là độ cứng chống uốn và độ cứng chống xoắn của phân tử ∂z ;

- I_m là mô men quán tính khối lượng của phân tử ∂z ;
- m là khối lượng của phân tử ∂z ;
- σ là khoảng cách giữa trục đàn hồi và trục trọng tâm của prôfin;
- b là dây cung prôfin;
- ρ là mật độ không khí;
- V là vận tốc máy bay;
- $\bar{x} = x_0 / b = 0.5$, với x_0 là khoảng cách từ mép trước của cánh đến trục đàn hồi của prôfil;
- y là chuyển vị theo phương thẳng đứng;
- α là chuyển vị xoắn của prôfil.

3. Phương pháp giải

Có nhiều phương pháp giải hệ (4), chúng tôi chọn phương pháp năng lượng Bubnov-Galerkin. Nghiệm của hệ là một dãy số trong khoảng thay đổi của z từ 0 đến 1, thoả mãn điều kiện biên:

- Tại gốc cánh ($z=0$): $y = 0; \frac{\partial y}{\partial z} = 0; \alpha = 0$.

- Tại mút cánh ($z=1$): $El \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = 0; \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) = 0; GJ, \frac{\partial \alpha}{\partial z} = 0$.

Nghiệm là các đại lượng phụ thuộc vào z và thời gian t , nó có dạng sau:

$$\begin{cases} y = y(z, t) = Ay(z)e^{\lambda t} \\ \alpha = \alpha(z, t) = B\alpha(z)e^{\lambda t} \end{cases} \quad (5)$$

trong đó: - A, B là các số phức phụ thuộc vào điều kiện đầu;

- $\lambda = \delta + i\omega$ là một giá trị phức, với δ là hệ số giảm chấn khí động, ω là tần số dao động của cánh;

- $y(z)$ và $\alpha(z)$ là các hàm số của toạ độ z , gọi là các hàm chuẩn.

Với cánh dạng ngàm một đầu, đầu kia dao động tự do uốn xoắn (kiểu dạng thanh), khi ta nghiên cứu sự ổn định dạng thấp của dao động thì các hàm chuẩn biến dạng có thể được lựa chọn như sau:

$$\begin{aligned} y(z) &= ch \frac{1,875}{\ell} z - \cos \frac{1,875}{\ell} z + 0,734 \left(sh \frac{1,875}{\ell} z - \sin \frac{1,875}{\ell} z \right) \\ \alpha(z) &= \sin \frac{\pi z}{2\ell} \end{aligned} \quad (6)$$

Các hàm chuẩn mô tả biến dạng uốn, xoắn của cánh dọc theo trục z , thường là các đa thức và là các hàm siêu việt.

Do biểu thức (5) không là nghiệm chính xác của hệ (4) nên khi thay (5) vào hệ phương trình vi phân này, ta sẽ được hệ phương trình không đồng nhất sau:

$$\begin{cases} A \left[\frac{d^2}{dz^2} \left(El \frac{d^2 y(z)}{dz^2} \right) - \omega^2 m y(z) + i\omega V \pi \rho b y(z) \right] + \\ B \left[\omega^2 m \sigma \alpha(z) + i\omega V \frac{1}{4} \pi \rho b^2 \alpha(z) + i\omega V \pi \rho b \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \alpha(z) + V^2 \pi \rho b \alpha(z) \right] = f(z) \neq 0 \\ A \left[-\omega^2 m \sigma y(z) + i\omega V \pi \rho b^2 \left(\bar{x}_0 - \frac{1}{4} \right) y(z) \right] + \\ B \left[\frac{d}{dz} \left(GJ, \frac{d\alpha(z)}{dz} \right) + \omega^2 I_{xx} \alpha(z) - i\omega V \frac{1}{4} \pi \rho b^2 \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \alpha(z) + \right. \\ \left. + i\omega V \pi \rho b \left(\bar{x}_0 - \frac{1}{4} \right) \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \alpha(z) + V^2 \pi \rho b^2 \left(\bar{x}_0 - \frac{1}{4} \right) \alpha(z) \right] = \varphi(z) \neq 0 \end{cases} \quad (7)$$

Hàm $f(z)$ và $\varphi(z)$ trong hệ phương trình (7) là sai số của hàm $y(z, t)$ và $\alpha(z, t)$ so với nghiệm chính xác của hệ phương trình vi phân (4).

Khi z thay đổi từ 0 đến ℓ thì các hàm $y(z, t)$ và $\alpha(z, t)$ sẽ trực giao với các hàm $y(z)$ và $\alpha(z)$, do đó:

$$\begin{cases} \int_0^l f(z) y(z) dz = 0 \\ \int_0^l \varphi(z) \alpha(z) dz = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Các tích phân trong (8) thực chất là điều kiện nghịch đảo về không của chuỗi Furiê khi khai triển các hàm sai số $y(z,t)$ và $\alpha(z,t)$ thành chuỗi số theo hàm y và α .

Điều đó sẽ làm giảm sai số giữa phương pháp giải gần đúng và phương pháp giải chính xác hệ phương trình, kết hợp với việc lựa chọn tương ứng hai hệ số A và B.

Thay (7) vào (8), ta được hệ sau:

$$\begin{aligned} A(a_{11} - \lambda^2 c_{11} + \lambda V d_{11}) + B(-\lambda^2 c_{12} + \lambda V d_{12} + V^2 b_{12}) &= 0 \\ A(-\lambda^2 c_{21} + \lambda V d_{21}) + B(a_{22} - \lambda^2 c_{22} + \lambda V d_{22} + V^2 b_{22}) &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \int_0^l EI \left(\frac{d^2 y(z)}{dz^2} \right)^2 dz; a_{22} = \int_0^l GJ \left(\frac{d\alpha(z)}{dz} \right)^2 dz; c_{11} = - \int_0^l m y^2(z) dz; \\ d_{11} &= \pi \rho \int_0^l b y^2(z) dz; c_{12} = c_{21} = \int_0^l m \sigma \alpha(z) y(z) dz; d_{12} = \pi \rho \int_0^l b^2 \left(1 - \bar{x}_0 \right) y(z) \alpha(z) dz; \\ b_{12} &= \pi \rho \int_0^l b y(z) \alpha(z) dz; d_{21} = - \pi \rho \int_0^l b^2 \left(\bar{x}_0 - \frac{1}{4} \right) y(z) \alpha(z) dz; c_{22} = - \int_0^l I_{xx} \alpha^2(z) dz; \\ d_{22} &= \pi \rho \int_0^l b^2 \left(\frac{3}{4} - \bar{x}_0 \right) \left(\bar{x}_0 - \frac{1}{4} \right) \alpha^2(z) dz; b_{22} = - \pi \rho \int_0^l b^2 \left(\bar{x}_0 - \frac{1}{4} \right) \alpha^2(z) dz; \end{aligned} \quad (10)$$

Ta thấy rằng (9) là hệ phương trình vi phân thuần nhất với các hệ số A và B. Điều kiện cần và đủ để hệ có nghiệm khác không là định thức của hệ phải bằng không, tức là:

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda^2 c_{11} + \lambda V d_{11} & -\lambda^2 c_{12} + \lambda V d_{12} + V^2 b_{12} \\ -\lambda^2 c_{21} + \lambda V d_{21} & a_{22} - \lambda^2 c_{22} + \lambda V d_{22} + V^2 b_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (11)$$

Khai triển định thức (11) ta được:

$$A_0 \lambda^4 + B_0 \lambda^3 + C_0 \lambda^2 + D_0 \lambda + E_0 = 0, \quad (12)$$

trong đó: $A_0 = c_{11} c_{22} - c_{12}^2$; $B_0 = (-c_{11} d_{22} - d_{11} c_{22} + c_{21} d_{12} + c_{12} d_{21}) V$,

$$C_0 = -a_{11} c_{22} - a_{22} c_{11} + (-c_{11} b_{22} + d_{11} d_{22} + b_{12} c_{21} - d_{12} d_{21}) V^2,$$

$$D_0 = (a_{11} d_{22} + d_{11} a_{22}) V + (d_{11} b_{22} - d_{21} b_{12}) V^3,$$

$$E_0 = a_{11} a_{22} + a_{11} b_{22} V^2 \text{ là các hằng số đã biết.}$$

Sau đó dùng phần mềm Matlab giải phương trình (12) ta sẽ thu được λ . Từ phương trình thứ hai của hệ (8) ta tính được biên độ dao động, thể hiện tỷ số A/B:

$$\frac{A}{B} = \frac{a_{22} - \lambda^2 c_{22} + \lambda V d_{22} + V^2 b_{22}}{-\lambda^2 c_{21} + \lambda V d_{21}} = \left| \frac{A}{B} \right| e^{i\psi} \quad (13)$$

Tỷ số A/B là số phức, đối số của tỷ số này (ψ) đặc trưng cho chuyển dịch pha giữa dao động uốn và dao động xoắn.

Kết hợp giữa (5) và (13) ta được:

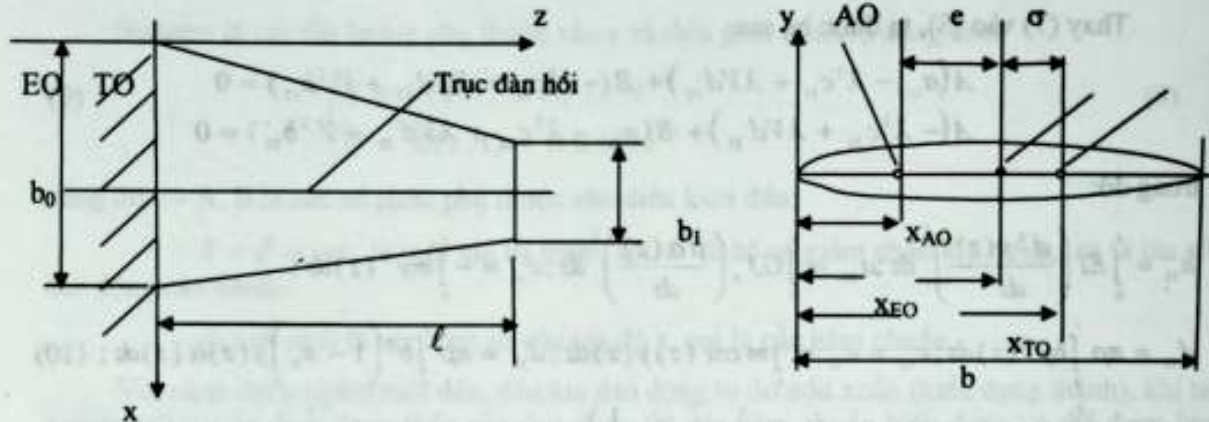
$$y(z,t) = \left| \frac{A}{B} \right| B y(z) e^{(\lambda t + i\psi)}, \quad \alpha(z,t) = B \alpha(z) e^{\lambda t}. \quad (14)$$

Từ (16) ta biểu diễn được các chuyển vị của dao động cánh máy bay khi biết được các tác động ban đầu.

4. Giải bài toán với cánh máy bay "A"

xét cánh máy bay "A" có đặc trưng hình học như hình 2 với các biểu đồ phân bố độ cứng, khối lượng, mô men quán tính khối lượng theo sải cánh như hình 3.

Để giải được phương trình (11) ta phải tính được các hệ số $A_0 \dots E_0$ thông qua tính các hệ số $a_{11}, c_{11}, \dots, b_{22}$ trong hệ (9). Để tính được các hệ số trong (9) cần xác định các tham số kết cấu của từng phần tử trong các tích phân như: $EI, GJ_x, I_m[z], m[z]$ cũng như dây cung $b_i, \bar{x}_{0,i}$.



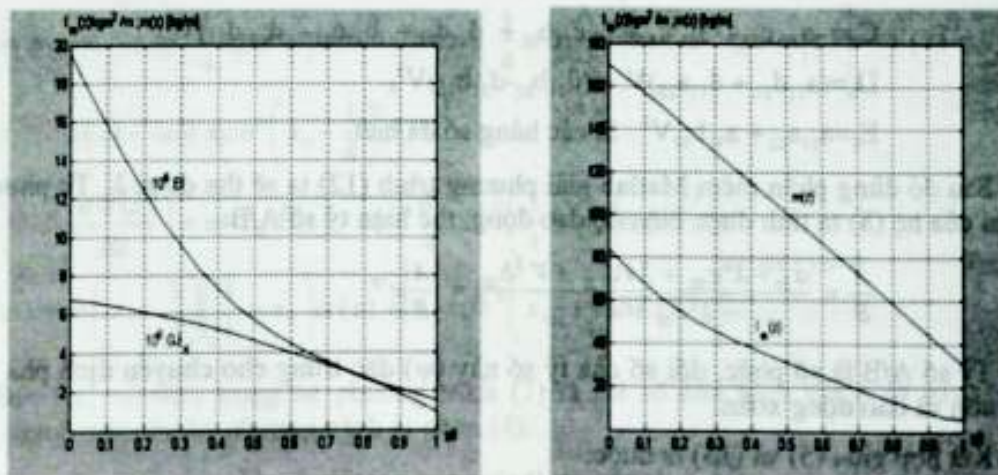
$$l=3,68 \text{ m}; s=19,3 \text{ m}^2; \bar{e}=e/b=0,12; \rho=1,225 \text{ kg/m}^3; b_0=3,0 \text{ m}; b_1=1,5 \text{ m}; \bar{\sigma}=\sigma/b=0,05.$$

Hình 2. Đặc trưng hình học của cánh máy bay "A"

Qua kích thước hình học của cánh ta tính được $b_i, \bar{x}_{0,i} = x_{0,i}/b_i$ của từng tiết diện và được trình bày trong bảng 1.

Bảng 1. Các giá trị của dây cung $b_i, \bar{x}_{0,i}$ trên từng phần tử của cánh

z / l	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95
b_i	2,925	2,775	2,612	2,475	2,325	2,175	2,025	1,875	1,725	1,575
$\bar{x}_{0,i}$	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2



Hình 3. Đồ thị biểu thị độ cứng chống uốn EI , độ cứng chống xoắn GJ_x , khối lượng $m(z)$ và mô men quán tính khối lượng I_m theo chiều sải cánh máy bay "A"

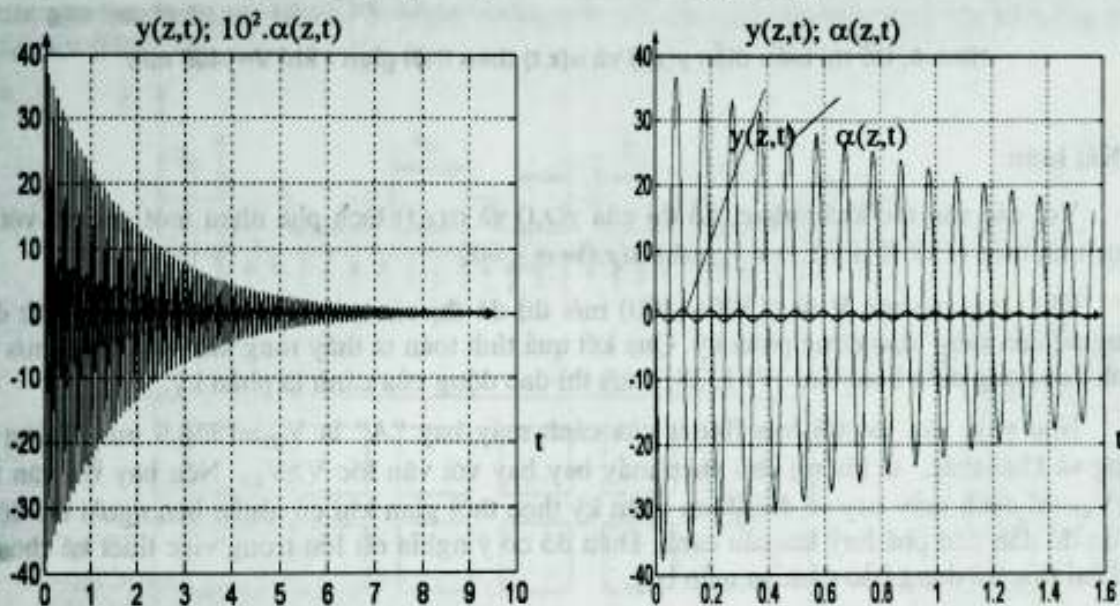
Các hệ số trong (9) có chứa đạo hàm. Để đơn giản mà vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết ta chuyển sang lấy tổng, kết hợp với việc sử dụng các hàm chuẩn biến dạng (6).

$$a_{11} = \left(\frac{1,875}{\ell} \right)^4 \cdot \sum_0^{\ell} EI [y(z)]^2$$

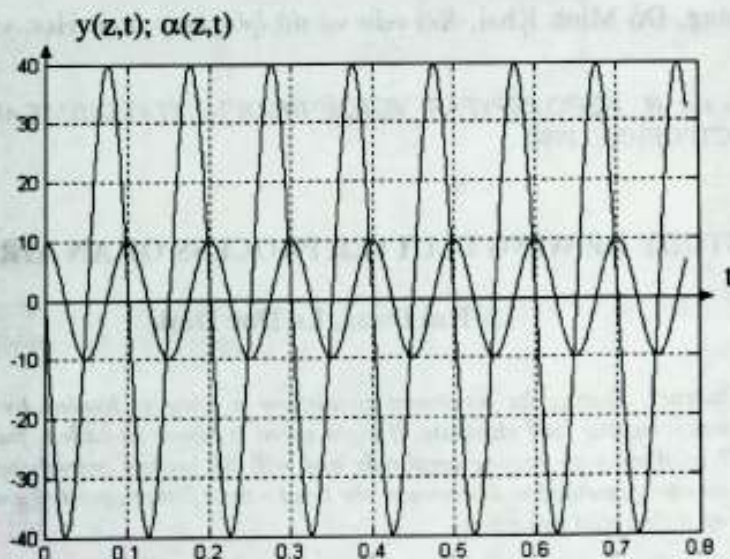
$$a_{22} = \left(\frac{1,875}{2\ell} \right)^2 \cdot \sum_0^{\ell} GJ_{\kappa} [\alpha(z)]^2$$

.....

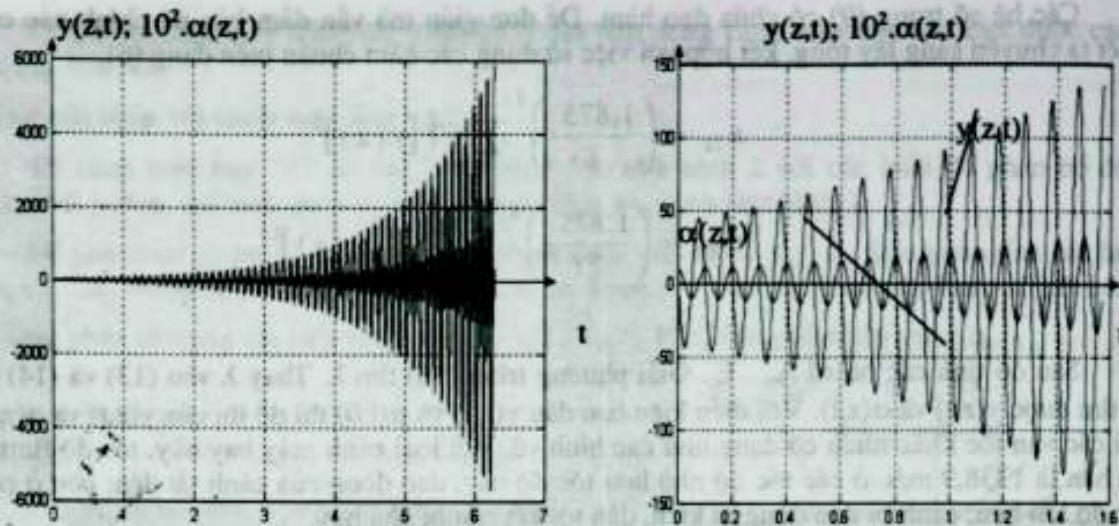
Sau đó tính các hệ số $A_0 \dots E_0$. Giải phương trình (16) tìm λ . Thay λ vào (13) và (14) ta sẽ tìm được $y(z,t)$ và $\alpha(z,t)$. Với điều kiện ban đầu $y(1,0)$ và $\alpha(1,0)$ thì đồ thị của $y(z,t)$ và $\alpha(z,t)$ với các vận tốc khác nhau có dạng như các hình vẽ. Với loại cánh máy bay này, tốc độ flutter tới hạn là 1338,9 m/s. ở các tốc độ nhỏ hơn tốc độ này, dao động của cánh tắt dần; còn ở các tốc độ lớn hơn, cánh bị dao động tự kích, dẫn tới kết cấu bị phá hủy.



Hình 4. Đồ thị biểu diễn $y(z,t)$ và $\alpha(z,t)$ theo thời gian t khi $V=1300$ m/s



Hình 5. Đồ thị biểu diễn $y(z,t)$ và $\alpha(z,t)$ theo thời gian t khi $V=1338.9$ m/s



Hình 6. Đồ thị biểu diễn $y(z,t)$ và $\alpha(z,t)$ theo thời gian t khi $V=1400$ m/s

5. Kết luận

Với các vận tốc khác nhau, đồ thị của $y(z,t)$ và $\alpha(z,t)$ lệch pha nhau một góc Ψ , với Ψ được tính theo (13). Khi $y(z,t) = y_{\max}$ thì $\alpha(z,t) = \alpha_{\min} = 0$;

Khi tăng vận tốc V từ (1300÷1400) m/s thì đồ thị của $y(z,t)$ và $\alpha(z,t)$ thay đổi từ dao động tắt dần sang dao động phân kỳ. Qua kết quả tính toán ta thấy rằng khi $V=1338,9$ m/s thì cánh dao động điều hoà. Khi $V>1338,9$ m/s thì dao động của cánh là phân kỳ.

Như vậy, vận tốc tới hạn flutter của cánh máy bay "A" là $V_{KF}=1338,9$ m/s. Trong sử dụng và khai thác, ta không cho phép máy bay bay với vận tốc $V \geq V_{KF}$. Nếu bay với vận tốc $V \geq V_{KF}$ thì cánh máy bay sẽ dao động phân kỳ theo thời gian khi có nhiễu bên ngoài tác động và do đó dẫn đến phá huỷ kết cấu cánh. Điều đó có ý nghĩa rất lớn trong việc thiết kế chế tạo và khai thác sử dụng bảo đảm an toàn bay.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Lã Hải Dũng, Đỗ Minh Khai, *Kết cấu và độ bền máy bay*, Học viện PK-KQ, Hà Nội, 2001.
- [2]. Смирнов А. И. *АЭРОУПРУГАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ*, МОСКВА, МАШИНОСТРОЕНИЕ, 1980.

A STUDY OF WING FLUTTER PROCESS OF AN AIRCRAFT

La Hai Dung, Le Duc Dinh

Abstract: During its movement in airflow a wing is loaded by the forces of aerodynamics, inertia and elasticity. If flight speed is above so-called flutter speed, the wing will oscillate with raising amplitude and will be broken immediately. This paper presents an energy method to determinate the bend – twist flutter speed of a wing by solving a system of differential equations.