

Lời nói đầu

Lý thuyết dáng điệu tiệm cận nghiệm của phương trình vi phân là một vấn đề cơ bản của lý thuyết định tính phương trình vi phân. Trong vấn đề này, có một hướng nghiên cứu rất được quan tâm là sự tồn tại của các đa tạp tích phân. Như chúng ta đã biết, đối với phương trình vi phân autonom sự tồn tại của các đa tạp tích phân được biết đến qua định lý Hartman-Grobman với điều kiện là hàm phi tuyến Lipschitz đều với hằng số Lipschitz đủ nhỏ. Sau này, hầu hết các điều kiện cho sự tồn tại của các đa tạp tích phân đối với phương trình vi phân bất kỳ vẫn là tính Lipschitz đều của phần phi tuyến. Trong luận văn này, tác giả xét sự tồn tại của các đa tạp tích phân cho phương trình vi phân nửa tuyến tính dưới đây

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t, x), \quad t \in [0, +\infty), x \in X$$

trong đó $A(t)$ nói chung là toán tử tuyến tính không bị chặn trên không gian Banach X với mỗi t cố định. Đối với phương trình trên sự tồn tại của các đa tạp ổn định (địa phương và toàn cục) đã được thầy hướng dẫn của tác giả là Nguyễn Thiệu Huy xem xét trong bài báo [3] với điều kiện tổng quát hơn. Cụ thể, phần tuyến tính của phương trình có nhị phân mũ (xem định nghĩa 2.1.1) và phần phi tuyến thỏa mãn điều kiện φ -Lipschitz, trong đó φ là hàm không âm và thuộc không gian hàm chấp nhận được có tích phân trên mỗi khoảng đơn vị là đủ nhỏ tức là $\sup_{t \geq 0} \int_t^{t+1} \varphi(\tau) d\tau$ đủ nhỏ. Nội dung chính của luận văn dựa trên bài báo [3]. Luận văn gồm ba chương:

Chương 1 là những kiến thức chuẩn bị của luận văn. Trong đó, phần đầu là các khái niệm và các tính chất của không gian hàm chấp nhận được. Phần cuối đưa ra định lý bất đẳng thức nón để so sánh các nghiệm

trên đa tạp tích phân. Chương này là nền tảng cho chương sau với tài liệu tham khảo chính là [3].

Chương 2 đưa ra các điều kiện cho sự tồn tại của các đa tạp tích phân cho phương trình vi phân nửa tuyến tính xác định trên nửa đường thẳng và đường thẳng. Trong đó, hai mục đầu xét sự tồn tại của các đa tạp ổn định địa phương và toàn cục với các kết quả đã biết trong [3]. Dựa vào kỹ thuật chứng minh trong [3], tác giả đã đưa ra điều kiện tồn tại của đa tạp không ổn định của phương trình vi phân nửa tuyến tính trên đường thẳng và mở rộng sự tồn tại của đa tạp ổn định trong trường hợp phần tuyến tính có tam phân mũ ở các mục sau.

Chương 3 là các ví dụ thuộc lớp phương trình vi phân thường và phương trình đạo hàm riêng do tác giả đưa ra nhằm minh họa các kết quả thu được trong chương 2.

Qua đây, tác giả xin được gửi lời cảm ơn sâu sắc đến người hướng dẫn khoa học của mình, TS. Nguyễn Thiệu Huy, người đã đưa ra đề tài và tận tình hướng dẫn trong suốt quá trình nghiên cứu của tác giả.

Tác giả xin chân thành cảm ơn các thầy phản biện đã đọc và có những chỉ bảo, nhận xét quý báu. Đồng thời tác giả cũng chân thành cảm ơn các thầy cô trong khoa Toán - Cơ - Tin học trường Đại học Khoa học Tự Nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội, đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để tác giả hoàn thành tốt chương trình học cao học của Trường và hoàn thành bản luận văn này.

Hà Nội, năm 2009
Học viên

Trịnh Viết Được

Mục lục

1	Chương 1. Kiến thức chuẩn bị	1
1.1	Giới thiệu	1
1.2	Không gian hàm và tính chấp nhận được	2
2	Chương 2. Các đa tạp tích phân	8
2.1	Đa tạp ổn định địa phương	8
2.2	Đa tạp bất biến cho nghiệm bị chặn	18
2.3	Đa tạp không ổn định cho phương trình xác định trên đường thẳng	22
2.4	Đa tạp tâm ổn định	30
3	Chương 3. Áp dụng	34
3.1	Nhị phân mũ của $\mathcal{C}_o$ -nửa nhóm	34
3.2	Phương trình vi phân thường	35
3.3	Phương trình vi phân đạo hàm riêng	37
	Kết luận	39
	Tài liệu tham khảo	40