

TRÍCH YẾU LUẬN ÁN

Tác giả : **Nguyễn Thành Văn**

Tên luận án : *“Bài toán thác triển và bài toán Cousin đối với hàm chính quy nhận giá trị trong đại số Quaternion và đại số Clifford”*

Chuyên ngành : Giải tích

Mã số : 1.01.01.

Cơ sở đào tạo : Trường Đại học Khoa học Tự nhiên,
Đại học Quốc gia Hà Nội

NỘI DUNG

1. Mục đích và đối tượng nghiên cứu

Từ hai thập kỉ gần đây, việc nghiên cứu toán tử Dirac là đề tài trung tâm của nhiều ngành toán học hiện đại.

Một mặt, có nhiều bài toán toàn cục được nghiên cứu có liên quan chặt chẽ với các tính chất của toán tử này trên các đa tạp. Mặt khác, việc nghiên cứu các tính chất địa phương của nghiệm của toán tử Dirac dẫn đến một vấn đề mới mẻ của lý thuyết hàm là Giải tích Clifford (xem [1], [2], [4], [5]). Giải tích Clifford là sự mở rộng của giải tích phức cho lớp hàm nhận giá trị trong một Đại số kết hợp không giao hoán, bao hàm những Đại số quan trọng cho ứng dụng toán học, vật lí lý thuyết, lý thuyết hạt cơ bản và lý thuyết trường lượng tử như đại số Quaternion, Đại số Dirac, Đại số Pauli,...

Những kết quả của R. Delanghe, F. Sommen, R. Gillbert, F. Brackx, Lê Hùng Sơn, J. Ryan, B. Goldschmidt cho thấy nhiều tính chất quan trọng của hàm chỉnh hình một và nhiều biến phức cũng như hàm giải tích suy rộng theo nghĩa I.N. Vekua đã được mở rộng cho các hàm chính quy và chính quy suy rộng nhận giá trị trong một Đại số Clifford. Ý nghĩa to lớn của hướng nghiên cứu này là mở rộng phạm vi ứng dụng của giải tích phức cho một lớp hàm rộng hơn các hệ phương trình đạo hàm riêng, bao gồm những hệ phương trình quan trọng nhất trong vật lí lý thuyết, cơ học lượng tử và lý thuyết trường, như hệ Maxwell, hệ Riesz, hệ phương trình biểu diễn Soliton, hệ biểu diễn lý thuyết các trường Gauge và Yang – Mills và dẫn đến việc khảo sát các phân bố của những hạt Quard (hạt siêu vật chất). Nó cũng mở ra những phương pháp mới giúp cho việc giải các bài toán biên của hệ phương trình đạo hàm riêng nhiều biến vốn trước đây gặp nhiều khó khăn như bài toán biên của hàm chỉnh hình nhiều biến phức trở nên dễ dàng hơn.

Tuy nhiên việc nghiên cứu lý thuyết hàm nhận giá trị trong một Đại số Clifford cũng có những hạn chế do tính chất quá tổng quát của nó. Trong

năm, sáu năm trở lại đây, nhiều nhà toán học như A. Sudbery, R. Delanghe, V. Soucek, F. Sommen, D. Pertici, Gentili, Lê Hùng Sơn đã bắt đầu xây dựng lý thuyết hàm số nhận giá trị trong một đại số hẹp hơn Đại số Clifford nhưng đủ mở rộng các đại số quan trọng như Đại số Quaternion, Đại số Pauli và đặc biệt là sự mở rộng của các nhóm quay và nhóm Spin, thường gặp trong các ứng dụng vật lý. Đó là nội dung cơ bản của hướng nghiên cứu mang tên Hình học và Giải tích Spinor. Đây là một hướng nghiên cứu mới ra đời, kế thừa những đối tượng và phương pháp của nhiều lĩnh vực nghiên cứu quan trọng khác nhau của toán học hiện đại như Giải tích phức một và nhiều biến, Giải tích điều hoà, Giải tích Clifford, Lý thuyết đồng điều, Hình học Yang – Mills,...

II. Các phương pháp nghiên cứu và sử dụng

Trong luận án, chúng tôi sử dụng phương pháp của Giải tích phức, Giải tích Quaternion và Giải tích Clifford.

III. Các kết quả chính và kết luận

1. Sử dụng tiêu chuẩn ma trận để chứng minh một số định lý thác triển đối với nghiệm của hệ Maxwell, hệ Riesz hệ Moisil-Theodoresco và hệ Vinogradov.
2. Mở rộng định lý thác triển Hartogs đối với nghiệm của hệ phương trình đạo hàm riêng tuyến tính cấp một tổng quát với hệ số hàm.
3. Chứng minh định lý thác triển đối với hàm chính quy nhận giá trị trong đại số Quaternion, trường hợp đặc biệt ta nhận được định lý thác triển kiểu Hartogs.
4. Đưa ra cách giải bài toán kiểu Cousin đối với hàm chính quy phụ thuộc điều hoà vào tham số và hàm song chính quy nhận giá trị trong đại số Quaternion.
5. Chứng minh định lý thác triển kiểu Hartogs đối với hàm đa chính quy nhận giá trị trong đại số Clifford.
6. Đề cập đến bài toán kiểu Cousin đối với hàm chính quy phụ thuộc giải tích thực vào tham số, nhận giá trị trong đại số Clifford (thực) và hàm chính quy phụ thuộc chỉnh hình vào tham số, nhận giá trị trong đại số Clifford (phức).

T/M Tập thể hướng dẫn khoa học



PGS TSKH Lê Hùng Sơn

Nghiên cứu sinh



Nguyễn Thành Văn